

LẠI KHẮC LÃI, NGUYỄN NHƯ HIỂN

**GIÁO TRÌNH
ĐIỀU KHIỂN SỐ**

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI – 2007

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn giáo trình Điều khiển số được viết dựa trên đề cương chi tiết môn học Điều khiển số hiện đang dùng cho sinh viên ngành Điều khiển tự động - Trường Đại học Kỹ thuật công nghiệp, đồng thời các tác giả có tham khảo và điều chỉnh cho phù hợp với chương trình đào tạo phần kiến thức cơ sở bắt buộc đối với khối các trường kỹ thuật ngành Điện đã được Hội đồng ngành thông qua tháng 2/2004.

Sách có thể được dùng làm tài liệu chính cho sinh viên ngành Điều khiển tự động, ngoài ra sách còn được dùng làm tài liệu tham khảo cho sinh viên các ngành khác và cho học viên cao học Điện.

Trong quá trình biên soạn, không tránh khỏi còn nhiều sai sót, các tác giả mong nhận được ý kiến đóng góp của đồng nghiệp và bạn đọc.

Các tác giả

CHƯƠNG 1

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1.1. KHÁI NIỆM

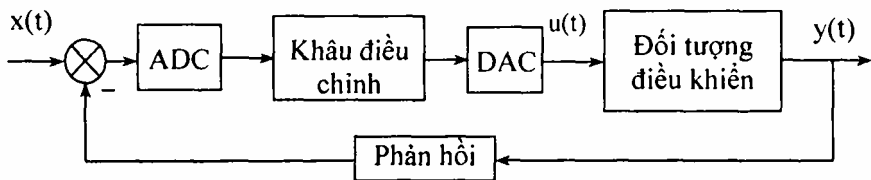
Tùy theo tính chất của tín hiệu mà hệ thống điều khiển tự động được phân thành hệ liên tục và hệ gián đoạn.

Nếu tất cả các phần tử trong hệ thống có tín hiệu truyền đi là liên tục gọi là hệ thống liên tục.

Nếu trong mắt xích điều khiển có một khâu tín hiệu truyền đi là gián đoạn gọi là hệ thống gián đoạn.

Trong bất kỳ hệ gián đoạn nào cũng có một phần tử làm nhiệm vụ chuyển tín hiệu liên tục thành gián đoạn, quá trình đó gọi là quá trình lượng tử hoá.

Hệ điều khiển số bao gồm hệ thu nhập xử lý tín hiệu vi xử lý, vi điều khiển, các hệ thống lớn có máy tính số... Sơ đồ khối của một hệ điều khiển số được chỉ ra trên hình 1.1.



Hình 1.1: Sơ đồ khối hệ điều khiển số

Hệ thống điều khiển số bao gồm hai loại khâu cơ bản:

- Khâu có bản chất gián đoạn: Các tín hiệu vào và ra trạng thái đều gián đoạn về thời gian và mức. Khâu này mô tả các thiết bị điều khiển digital.

- Khâu có bản chất liên tục: Mô tả đối tượng điều khiển. Việc gián đoạn hoá xuất phát từ mô hình trạng thái liên tục của đối tượng.

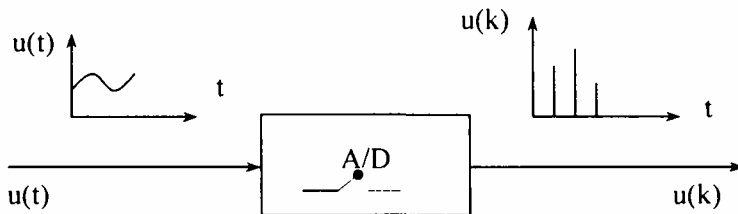
- Bộ biến đổi A/D: làm nhiệm vụ biến đổi tín hiệu từ tín hiệu tương tự sang tín hiệu số.

- Bộ biến đổi D/A: làm nhiệm vụ biến đổi tín hiệu số sang tín hiệu tương tự.

- Bộ điều chỉnh có thể là vi xử lý (μP), có thể là vi điều khiển (μC).

1.1.1. Bộ biến đổi A/D

Mô hình quá trình biến đổi tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn như hình 1.2

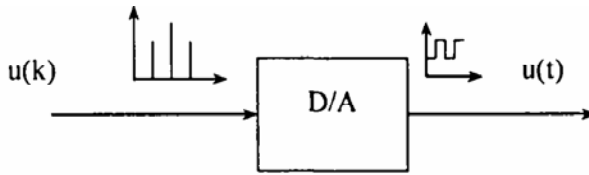


Hình 1.2: Mô hình quá trình biến đổi tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn

Việc biến đổi từ tín hiệu liên tục thành tín hiệu rời rạc gọi là quá trình cắt mẫu, thông thường khoảng thời gian cắt mẫu là không đổi. Giữa hai lần lấy mẫu liên tiếp nhau, bộ cắt mẫu không nhận một thông tin nào cả. Phần tử lưu giữ sẽ chuyển đổi tín hiệu đã được lấy mẫu thành tín hiệu gần liên tục, tiệm cận với tín hiệu trước, khi nó được lấy mẫu. Phần tử lưu giữ ở đây đơn giản nhất là phần tử chuyển đổi tín hiệu mẫu thành tín hiệu có dạng bậc thang và không đổi giữa hai thời điểm lấy mẫu gọi là phần tử lưu giữ bậc không.

1.1.2. Bộ biến đổi D/A

Tín hiệu số được xử lý từ máy tính hoặc từ hệ VXL cần phải chuyển sang tín hiệu tương tự để điều khiển khâu chấp hành. Vì vậy cần có bộ biến đổi từ tín hiệu số sang tín hiệu tương tự gọi tắt là D/A. Mô hình bộ chuyển đổi D/A như hình 1.3.



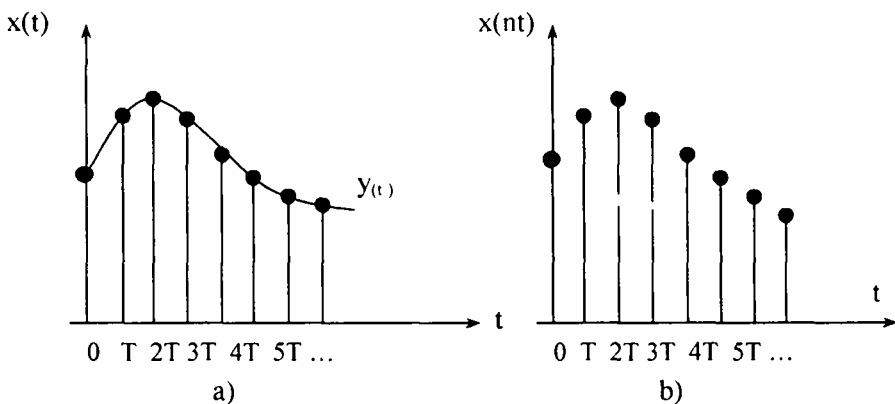
Hình 1.3: Sơ đồ bộ biến đổi D/A

1.2. TÍN HIỆU VÀ LẤY MẪU TÍN HIỆU

1.2.1. Lấy mẫu tín hiệu

Trong hệ thống điều khiển số tồn tại hai loại tín hiệu: Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc, trong khi đó tín hiệu đưa vào đối tượng điều khiển và tín hiệu đo lường là tín hiệu liên tục. Để đưa tín hiệu đó vào máy tính số ta phải biến đổi tín hiệu từ liên tục sang rời rạc.

Ta xét tín hiệu liên tục như hình vẽ hình 1.4a, ta chia trục thời gian thành những khoảng bằng nhau $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \dots = T$, tín hiệu sẽ được lấy mẫu tại những khoảng thời gian đó. Sau lấy mẫu tín hiệu có giá trị tại những điểm rời rạc nT .



Hình 1.4a,b: Đồ thị tín hiệu trước và sau khi lấy mẫu

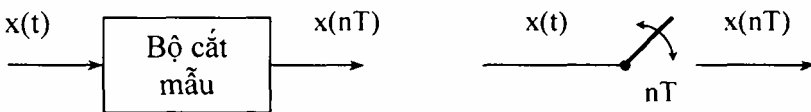
Với cách lấy mẫu như trên thì hàm $x(t)$ được mô tả bởi chuỗi số sau: $x(T), x(2T), x(3T), \dots, x(nT)$. Nó cho biết giá trị của hàm liên tục $x(t)$ tại những điểm rời rạc $0, T, 2T, \dots, nT$. Giá trị hàm $x(t)$ ở điểm khác có được bằng phương pháp nội suy. Trong thực tế khâu điều khiển và đối tượng

điều khiển là tương tự vì vậy tín hiệu rời rạc lại được khôi phục lại thành liên tục. Nếu tín hiệu liên tục được giữ không đổi trong suốt thời gian giữa hai lần lấy mẫu, gọi là quá trình lưu giữ bậc không.

1.2.2. Các đặc tính lấy mẫu

Bộ lấy mẫu lý tưởng được mô tả như hình vẽ hình 1.5

Bộ cắt mẫu sẽ tạo ra một dãy xung đơn vị từ một tín hiệu thời gian liên tục. Giả thiết thời gian tác động của công tắc ngắn hơn nhiều khoảng thời gian giữa hai lần lấy mẫu. Khi đó, giá trị của hàm lấy mẫu ở đầu ra của công tắc sẽ là giá trị tức thời của hàm liên tục $x(t)$ khi khoá K đóng.



Hình 1.5: Sơ đồ khối bộ cắt mẫu lý tưởng

Để có hình ảnh toán học rõ ràng về quá trình lấy mẫu ta có thể xem bộ lấy mẫu như một công cụ thực hiện phép nhân tín hiệu $x(t)$ với hàm lấy mẫu $S(t)$, tương đương với việc điều chế tín hiệu. Trong đó hàm lấy mẫu $S(t)$ đóng vai trò là sóng mang và nó được điều chế bởi tín hiệu vào $\delta(t)$.

$$X(nT) = S(t).x(t)$$

Từ biểu thức trên ta thấy hàm lấy mẫu tốt nhất là xung đơn vị $\delta(t-nT)$ có độ rộng bằng vô cùng bé, chiều cao vô cùng lớn với tổng xung lượng bằng 1.

Trong thực tế các bộ lấy mẫu có một khoảng thời gian tác động nhất định, các xung lấy mẫu có một diện tích nhất định. Vì vậy trong nhiều trường hợp ta thay xung lấy mẫu có diện tích đơn vị thành xung lấy mẫu có diện tích A. Ta chỉ có thể xem hàm lấy mẫu là dãy xung đơn vị khi hằng số thời gian lấy mẫu nhỏ hơn hằng số thời gian của hệ thống.

Giả thiết hàm lấy mẫu là chuỗi xung đơn vị được biểu diễn bởi:

$$S(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

$$\text{trong đó: } \delta(t - nT) = \begin{cases} 0 & \forall t \neq nT \\ 1 & t = nT \end{cases}$$

Tín hiệu $x(t)$ được điều chế bởi xung đơn vị ký hiệu

$$x^*(t) = x(t).S(t) = \sum_0^{\infty} x(t)\delta(t - nT) = \sum_0^{\infty} x(nT)\delta(t - nT)$$

trong đó:

$x(nT)$ là giá trị của hàm $x(t)$ tại thời điểm lấy mẫu nT ;

$\delta(t - nT)$ là một xung đơn vị tại thời điểm nT .

Chuyển sang toán tử Laplace

$$x^*(p) = x(nT)e^{-nTp}$$

Vậy biến đổi Laplace của bộ lấy mẫu có thời gian lấy mẫu bằng nhau và chuyển mạch của nó được đại diện bởi chuỗi xung đơn vị là một tập vô hạn.

Ví dụ: Xét hàm $x(t) = 1(t)$

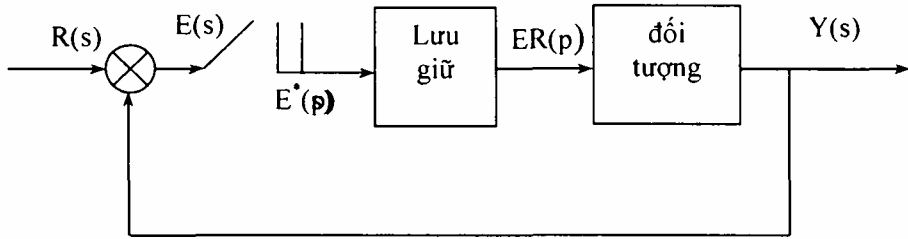
$$x(nT) = 1 \quad \forall t = nT$$

$$x(nT) = 0 \quad \forall t \neq nT$$

$$x^*(p) = x(nT)e^{-nTp}$$

$$x^*(s) = 1 + e^{-Ts} + e^{-2Ts} + \dots = \frac{1}{1 + e^{-Ts}}$$

1.3. KHÂU NGOẠI SUY DỮ LIỆU



Hình 1.6: Sơ đồ khâu lưu giữ giữ liệu

Nhiệm vụ của khâu ngoại suy giữ liệu là xây dựng lại hàm đã được lấy mẫu thành một tín hiệu liên tục dựa vào các hàm lấy mẫu trước đó. Trong hệ thống điều khiển số khâu ngoại suy giữ liệu thường tiếp ngay sau bộ lấy mẫu.

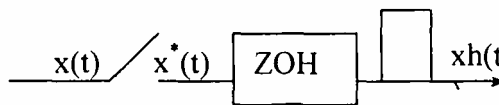
Căn cứ vào khả năng sử dụng số mẫu trước đó để dự đoán hàm đã được lấy mẫu vì ta chia khâu lưu giữ thành hai loại:

+ Lưu giữ cấp không (Zero Hold Order - ZOH): với ZOH tín hiệu được phục hồi chỉ phụ thuộc vào hàm đã được lấy mẫu tại thời điểm bắt đầu của chu kỳ lấy mẫu. Lưu giữ ZOH có thể coi tương tự như máy khoá điện tử, nó duy trì mức điện áp đầu ra bằng biên độ xung đầu vào và sau đó tự lặp lại khi có xung mới đặt vào.

+ Lưu giữ cấp I (First Hold Order - FOH) tín hiệu được khôi phục lại phụ thuộc vào mẫu trước đó.

Thông thường trong điều khiển số thực tế người ta không sử dụng khâu ngoại suy giữ liệu bậc 1, vì chúng tạo ra sự quá chậm pha trong hệ thống điều khiển có hồi tiếp. Mặt khác làm tăng ảnh hưởng của nhiễu tăng độ phức tạp và giá thành sản phẩm.

1.3.1. Khâu lưu giữ bậc không (Zero Order Hoạt - ZOH)

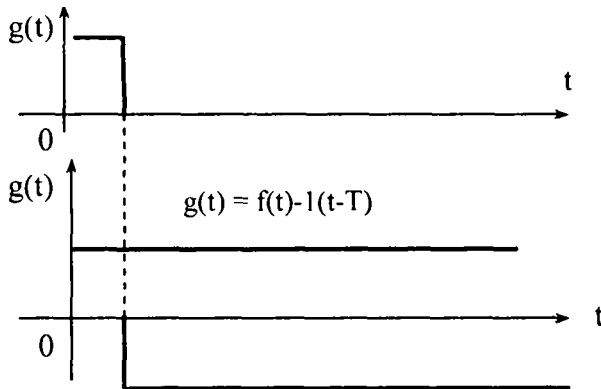


Hình 1.7: Sơ đồ khâu lưu giữ bậc không

Đầu vào của khâu ZOH là xung Dirac, đầu ra là tương tự.

a) Hàm số truyền

Để xây dựng hàm truyền của khâu ZOH ta dựa vào các ứng dụng. Đáp ứng xung của ZOH là xếp chồng của hai hàm nhảy (hình 1.8), một hàm dương tác động tại $t = 0$ và hàm âm tác động tại $t = T$ (T là chu kỳ lấy mẫu).



Hình 1.8: Sơ đồ đáp ứng xung của khâu ZOH

Để thấy được ảnh hưởng của ZOH trong hệ thống điều khiển có hồi tiếp, ta hãy vẽ đáp ứng tần số của nó.

b) Đáp ứng tần của ZOH

$$G(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-Ts})$$

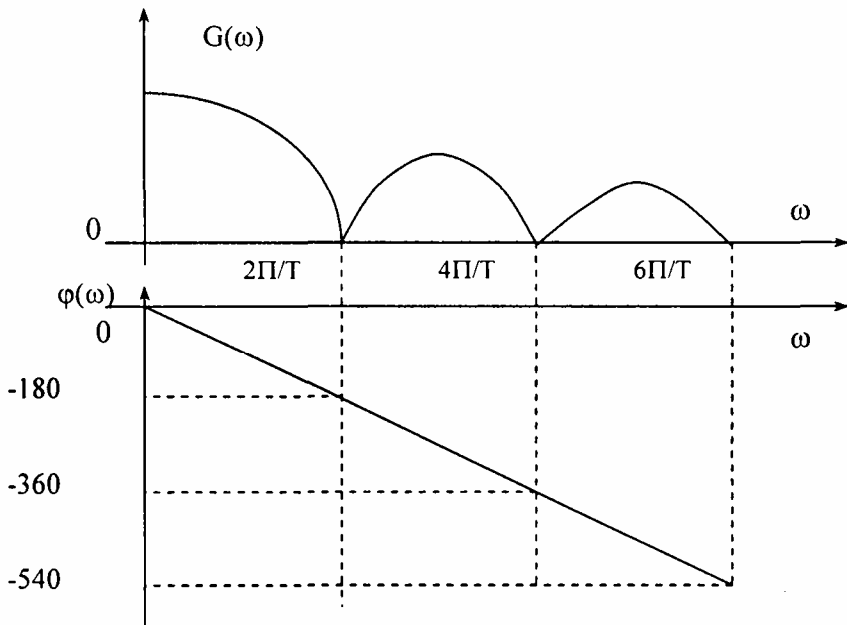
Thay $s = j\omega$

$$\begin{aligned}
 G(j\omega) &= \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega}) \\
 &= \frac{e^{-j\omega T/2} (e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2})}{j\omega} \\
 &= \frac{2}{\omega} e^{-j\omega T/2} \frac{e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2}}{2j} \\
 &= \frac{2}{\omega} e^{-j\omega T/2} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)
 \end{aligned}$$

Nhân tử số và mẫu số với T ta được:

$$G(j\omega) = \frac{T \sin(\omega T/2)}{\omega T/2} e^{-j\omega T/2}$$

Từ đó ta vẽ được đặc tính biên và pha của khâu ZOH như hình 1.9.



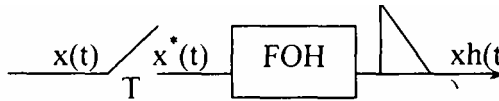
Hình 1.9: Sơ đồ đặc tính biên và pha của khâu ZOH

Nhận xét:

Hàm truyền của khâu quán tính bậc không tương tự đặc tính bộ lọc thông thấp với tần số cắt $2\pi/T$.

Khi thêm một khâu ZOH thì hệ thống bị chậm pha điều này có thể làm cho hệ thống hồi tiếp ổn định ở dạng liên tục trở thành một ổn định sau khi lấy được mẫu.

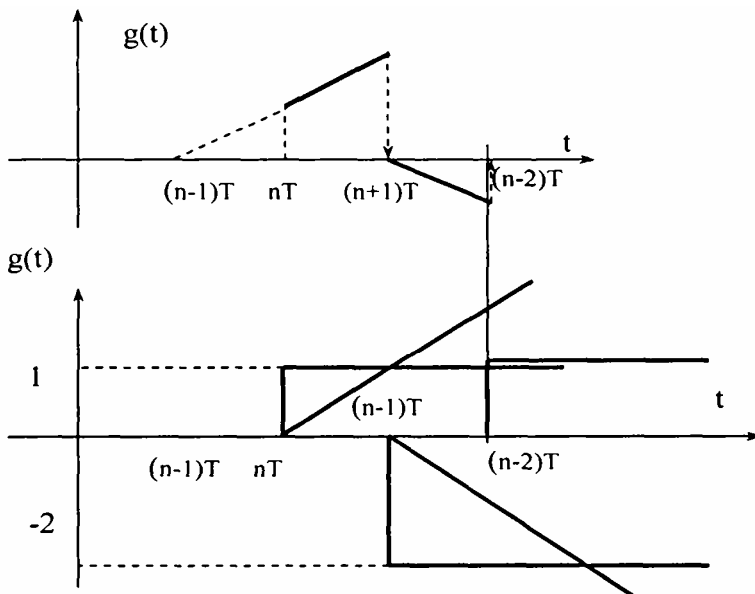
1.3.2. Khâu lưu giữ bậc một (First Order Hold - FOH)



Hình 1.10: Sơ đồ khâu lưu giữ bậc một

Đầu vào là xung Dizac đầu ra là hàm bậc nhất có độ dốc được xác định từ hai mẫu trước đó.

Hàm truyền của khâu lưu giữ bậc một được xác định tương tự như hàm truyền của khâu lưu giữ bậc không. Đáp ứng xung được miêu tả như hình vẽ:



Hình 1.11: Sơ đồ đáp ứng xung của khâu lưu giữ bậc một

$$g(t) = 1(t) + t.1(t) - 2(t-T).1 - 2t.1(-t-T) + 1(t-2T) + t_0(t-2T).1$$

$$G(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} - \frac{2}{s}e^{-Ts} - \frac{2}{s^2}e^{-Ts} + \frac{1}{s}e^{-2Ts} + \frac{1}{s^2}e^{-2Ts}$$

$$G(s) = T(1-Ts)\left(\frac{1-e^{-Ts}}{Ts}\right)^2$$

Hàm truyền này dùng để xét ảnh hưởng của khâu lưu giữ bậc một trong hệ thống điều khiển có hồi tiếp.

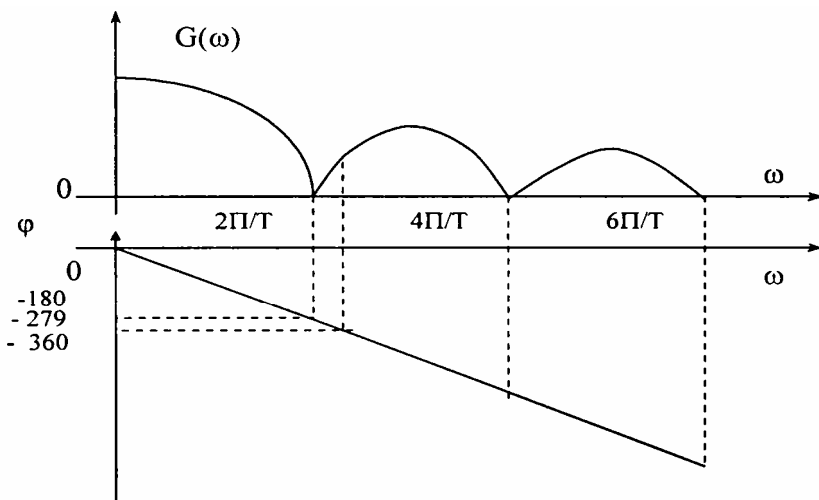
*** Đặc tính tần của khâu lưu giữ bậc một.**

Để tìm đặc tính tần của khâu lưu giữ bậc một ta thay $s = j\omega$

$$G(j\omega) = T(1-Tj\omega)\left(\frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega T}\right)^2$$

$$G(j\omega) = T\sqrt{1+\omega^2T^2}e^{-j\omega T} \cdot \frac{4}{\omega^2T^2} \left[\frac{e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2}}{2j} \right]$$

*** Đáp ứng biên độ và pha của khâu FOH Hình (1.12)**



Hình 1.12: Sơ đồ đáp ứng biên độ và pha của khâu lưu giữ bậc một

Nhận xét:

Đặc tính tần của khâu lưu giữ bậc một gần giống với khâu lưu giữ bậc không.

Độ dịch pha của khâu lưu giữ bậc một lớn gần gấp 2 lần khâu lưu giữ bậc không.

Ví dụ : Ở tần số $\omega = 2\pi/T$, khâu lưu giữ bậc không tạo ra lệch pha -180^0 Trong khi khâu lưu giữ bậc một tạo ra lệch pha -279^0

Với độ dịch pha lớn sẽ ảnh hưởng đến sự ổn định của hệ thống, mặt khác nó có thể làm tăng nhiễu cho hệ thống ở tần số cao. Vì vậy khâu lưu giữ bậc cao ít được sử dụng trong khâu lưu giữ hồi tiếp.

Tuy nhiên nó ưu điểm là có khả năng tái tạo hoàn hảo những hàm có đạo hàm bậc cao. Hiện nay trong kỹ thuật chủ yếu là dùng lưu giữ bậc không.

1.4. Phân loại hệ thống điều khiển số

Hệ thống điều khiển số được phân thành ba loại:

- **Hệ thống điều khiển đơn:** là hệ thống có thể có nhiều đầu vào nhưng chỉ có một đối tượng điều khiển.

- **Hệ thống điều khiển đa kênh:** Có nhiều đối tượng điều khiển nhưng những đối tượng đó không liên quan đến nhau.

- **Hệ thống điều khiển nhiều chiều:** Có nhiều đối tượng điều khiển và các đối tượng này có liên hệ với nhau.

1.5. Ưu nhược điểm của hệ thống điều khiển số

Mỗi loại điều khiển đều thể hiện những ưu nhược điểm. Tuy nhiên việc so sánh giữ điều khiển số và điều khiển tương tự sẽ cho ta thấy những điểm mạnh và điểm yếu của bộ điều khiển số, để giúp ta chọn bộ điều khiển một cách chính xác và hợp lý.

1.5.1. Hạn chế của điều khiển tương tự và các ưu điểm của điều khiển số

Thông số của các linh kiện điện tử dễ bị trôi và thay đổi, do vậy xuất

hiện điện áp lệch, trôi ở đầu ra bộ điều khiển, thuật toán (do điều kiện môi trường). Việc khử các hiện tượng này đòi hỏi phải xây dựng các mạch bù tổn kém, phức tạp. Trong khi trong kỹ thuật số có 2 mức 0, 1 đặc trưng cho trạng thái có điện hoặc không có điện do vậy ít chịu ảnh hưởng của yếu tố này.

Các linh kiện tương tự thường nhạy với nhiễu: do bản thân (đặc biệt là nhiệt độ sinh ra khi làm việc) hoặc nhiễu ký sinh bên ngoài như nhiệt độ của môi trường. Về nhiệt thì bộ biến đổi là nguồn gây nhiễu lớn nhất.

Tuy nhiên ở kỹ thuật số có các phương pháp chống nhiễu như kỹ thuật tương tự nhưng người ta thường dùng kỹ thuật lọc số cho phép loại bỏ những điểm bất thường mà không ảnh hưởng đến giải thông của mạch.

Việc truyền dẫn thực hiện tương tự gặp khó khăn vì sự suy giảm tín hiệu và nhiễu (đường truyền, trong khi ở kỹ thuật số với khoảng cách hợp lý điều này không xảy ra).

Linh kiện kỹ thuật tương tự cũng có tính chất khác nhau về tần số khi được sản xuất hàng loạt do vậy kém ổn định và là nguồn gây nhiễu.

Việc thực hiện một số chức năng như nhớ, trễ ở kỹ thuật tương tự gặp khó khăn. Tuy nhiên lại đơn giản với kỹ thuật số.

Cuối cùng là do tính phức tạp của việc thực hiện các bộ điều khiển kinh điển là rất ít. Chức năng tương tự có thể được thực hiện bằng mạch tổ hợp và cần đến nhiều linh kiện rời, việc hiệu chỉnh thông số và thực hiện mạch chúng tốn nhiều thời gian và công sức, cần có nhiều tiếp điểm làm giảm độ tin cậy của các mạch tương tự. Với mức độ phức tạp mà mạch tương tự trở nên bất hợp lý thì mạch số trở nên đơn giản.

1.5.2. Ưu điểm của điều khiển tương tự và nhược điểm của điều khiển số

Kỹ thuật điều khiển tương tự có các ưu điểm nổi bật mà khi chuyển sang kỹ thuật số ta phải lưu ý giải quyết. Những điều này cần chú ý khi thiết kế hệ thống điều khiển, đặc biệt là hệ điều khiển truyền động điện.

a) Tác động nhanh

Các hiện tượng điện từ trong máy điện và bộ biến đổi thường xảy ra rất nhanh và có thể phá huỷ toàn bộ hệ thống nếu xảy ra sự cố. Kỹ thuật điều khiển tương tự tác động gần như tức thời trong khi các cơ cấu số tác động có thời gian. Trong điều khiển số, vấn đề thời gian tác động được đặt ra theo các góc độ khác nhau tùy theo bài toán cụ thể.

Đối với các bộ biến đổi chậm, ví dụ bộ chỉnh lưu tiristor làm việc với lưới 50Hz trong trường hợp này điều khiển được coi như rất lý tưởng có thể thực hiện các chức năng bảo vệ và điều chỉnh được thực hiện bằng bộ vi xử lý có tính năng thông thường.

Đối với các bộ biến đổi tác động nhanh như bộ bơm (điều khiển tần số, biến tần) làm việc ở tần số hàng chục kHz. trong trường hợp này bộ VXL tác động rất nhanh cũng phải lưu ý đặc biệt và phải dự tính các chiến lược điều khiển dựa trên các giải pháp phần cứng và phần mềm.

- Giải pháp phần cứng: Để tăng độ tác động nhanh ta thường dùng hai giải pháp:

- + Sử dụng cấu trúc lai (tương tự và số);
- + Sử dụng cấu trúc hoàn toàn số (vì bộ VXL làm việc song song), VXL chuyên dụng thực hiện các chức năng đặc biệt.

Giải pháp phần mềm: Theo quan niệm tin học và điều khiển tự động học.

Tin học: Phần mềm phải có tinh chất cấu trúc, sử dụng ngôn ngữ gần với ngôn ngữ máy (assembly) hoặc ngôn ngữ cấp cao nhưng cũng có đặc tính của hợp ngữ như ngôn ngữ C. Trong mọi trường hợp những khó khăn riêng của việc lập trình là vấn đề về thời gian thực, tác động nhanh và an toàn.

Điều khiển: Việc mô hình hoá hệ thống (Z) đơn giản trong hệ thống 1 biến vào, 1 biến ra. Trong trường hợp máy điện cụ thể, là máy điện đồng bộ, không đồng bộ là phi tuyến và nhiều biến, một số biến như mômen, từ thông rôto, dòng điện trong dây quấn cảm rôto là không đo được. Và một thông số chủ yếu của máy điện như điện trở rôto của động cơ không đồng bộ không phải là hằng số.

b) Tác động liên tục

Các linh kiện tương tự có sự tác động nhanh và liên tục trong khi đó các linh kiện số làm việc với các đại lượng rời rạc.

Đại số đại lượng vật lý trong thực tế là các đại lượng liên tục. Điều khiển thuần số đòi hỏi sử dụng các bộ biến đổi tương tự - số sau bộ cảm biến. Việc này đặt ra vấn đề độ chính xác đối với tính toán trung gian và đối với các biến ra tác động lên cơ cấu chấp hành.

Ngày nay, thường sử dụng máy phát tốc và bộ biến đổi A/D có dải thông tốt hoặc thay đổi độ chính xác (số bit) tùy theo trường hợp sử dụng và dải tốc độ (tốc độ cao, tốc độ thấp, điều chỉnh tốc độ, điều chỉnh vị trí). Điều này đặt ra vấn đề về lấy mẫu bắt buộc phải có thời gian thực hiện các phép tính cần thiết.

Vấn đề lượng tử hoá cũng nhạy cảm khi làm việc với mômen nhỏ trong việc điều chỉnh mạch vòng dòng điện. Điều chỉnh số tính toán mức đặt dòng điện, ở mức thấp chuẩn dòng điện ứng với số bình nhỏ, do đó khó xác định. Nhiễu gây ra do việc lượng tử hoá sẽ lớn và dễ tạo nên sự cố, ví dụ tạo nên dao động.

c) Đơn giản về thiết kế hệ thống tương tự

Ta thấy rằng điều khiển tương tự ở mức độ phức tạp thì sẽ trở nên nặng nề. Tuy nhiên, ở mức độ thích hợp cơ cấu hợp lý thì điều khiển tương tự lại trở nên đơn giản về phương diện cấu trúc.

Vì sự hợp lý của thiết bị hoặc do các thử nghiệm chuẩn hoá (đáp ứng điều hoà, xung đơn vị), người ta tìm ra các mô hình toán liên tục bằng các phương trình vi phân, hàm truyền đạt và dễ dàng xác định được các hệ số khuếch đại và hằng số thời gian của bộ điều chỉnh. Các mô hình này là gần đúng nhưng các kỹ sư biết rõ chúng được sử dụng cho các tính toán sơ bộ các bộ hiệu chỉnh còn các thông số của nó có thể được tiếp tục điều chỉnh bằng thực nghiệm tại nơi lắp đặt.

Việc xây dựng cấu trúc dựa trên việc sử dụng các mạch vòng lồng ghép vào nhau, cho phép chia một bài toán lớn thành nhiều bài toán nhỏ dễ dàng giải quyết. Trong cấu trúc này đầu ra của bộ hiệu chỉnh ứng với

một vòng là đại lượng đặt cho mạch vòng bên trong. Các biến này là các đại lượng vật lý liên tục như dòng điện, tốc độ, chúng được đo bằng các cảm biến tương tự. Các đại lượng liên tục này được sử dụng một cách trực tiếp. Tóm lại, việc thiết kế mạch điều khiển tương tự và liên lục của hệ thống dẫn đến cấu trúc đơn giản.

Điều khiển số là điều khiển phức tạp, các biến điều khiển khó truy nhập, trừ chương trình phần mềm đã dự tính. Nếu ta sử dụng bộ vi xử lý để thực hiện nhiều chức năng thì cần phải thực hiện tầm nhìn tổng thể. Điều khiển số có thể lĩnh hội tinh thần của điều khiển tương tự đối với các mạch vòng bên trong như làm gần đúng liên tiếp, chia cắt bài toán lớn thành nhiều bài toán nhỏ. Nhưng việc thực hiện bằng số không linh hoạt như điều khiển tương tự.

Chương trình phần mềm phải xử lý trên một khối toàn bộ các vấn đề mà điều khiển tương tự giải quyết bằng các môđun riêng rẽ.

Việc thay đổi các hệ số của các bộ điều chỉnh số đơn giản hơn nhiều so với điều khiển tương tự. Khi thử nghiệm mạch tương tự ta có thể điều chỉnh từ từ các thông số một cách an toàn. Trong khi đó, đối với kỹ thuật số một lỗi có thể gây hậu quả nghiêm trọng.

Việc lấy mẫu rất dễ gây mất ổn định và không phải bao giờ cũng có thể giữ được thông số của chu kỳ lấy mẫu do ảnh hưởng của thời gian tính toán.

1.5.3. Các ưu điểm có tính chất quyết định của điều khiển số

+ Điều khiển máy điện chuyển sang lai và hoàn toàn số là do các đặc tính quyết định của các linh kiện số. Các linh kiện số cho phép các thao tác phức tạp một cách rất chắc chắn.

+ Ngày nay 80% các linh kiện trên thị trường là linh kiện số. Do vậy xuất hiện 1 trào lưu chung trong kỹ thuật là chuyển từ kỹ thuật tương tự sang kỹ thuật số.

+ Các chương trình phần mềm cho phép tối ưu hoá điều khiển và thay đổi các tính năng mong muốn. Ví dụ như điều khiển mômen hoặc từ thông số không đổi có thể thực hiện điều khiển logic. Nhưng trong

trường hợp này giá thành đắt và phức tạp tốn nhiều thời gian thực hiện. điều khiển số có thể đơn giản vấn đề này.

+ Vì các chức năng điều khiển được thực hiện bằng phần mềm cho nên với cùng một thiết bị phần cứng (một bộ vi xử lý và các giao diện) được sử dụng cho mọi ứng dụng. Điều này dẫn đến giảm các chi tiết dự phòng, do đó giảm giá thành.

Điều khiển máy điện luôn nằm trong khung cảnh tự động hóa toàn bộ hệ thống. Ngày nay được thực hiện bằng máy tính với cùng một công nghệ số (cùng các bộ vi xử lý) có thể thực hiện các mức phân cấp tự động hóa khác nhau, làm dễ dàng các tích hợp và đồng bộ hoá mọi phần tử.

Các yếu tố trên đây đã chứng tỏ điều khiển số là một bước phát triển hoàn toàn phù hợp với xu thế phát triển của điều khiển tự động và tự động hoá. Ngày nay, điều khiển số ngày càng chiếm ưu thế và làm cơ sở cho sự phát triển của các hệ thống điều khiển thông minh

1.6. PHÉP BIẾN ĐỔI Z VÀ ỨNG DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI Z TRONG NGHIÊN CỨU HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

1.6.1. Phép biến đổi z

Trong hệ xung số (hệ rời rạc) phép biến đổi z giữ vai trò quan trọng. Nếu có hàm liên tục $f(t)$ ta sẽ có hàm rời rạc $f(it)$ với chu kỳ cắt mẫu T. Khi đó:

$$f(it) = \sum_{i=0}^{\infty} f(t) \cdot \delta(t - it)$$

Với $\delta(t - it)$ là hàm xung Dirac.

Biến đổi Laplace của hàm $f(it)$ ký hiệu $F^*(p)$.

$$\begin{aligned}
 F^*(p) &= \int_0^{\infty} f(it).e^{-st}.dt \\
 &= \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} f(t).\delta(t - it).e^{-st}.dt \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} f(t).\delta(t - it).e^{-st}.dt \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} f(it).e^{-ist}
 \end{aligned}$$

Đặt:

$Z = e^{st}$ (Với p là toán tử Laplace liên tục).

$$P = \alpha + j\omega.$$

Vậy $s = \frac{1}{T} \ln Z$. (Với Z là toán tử rời rạc)

$$Z = e^{\alpha t} \cos(\omega t) + je^{\alpha t} \sin(\omega t).$$

Do vậy:

$$F^*(p = \frac{1}{T} \ln Z) = F(Z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(it).Z^{-i}$$

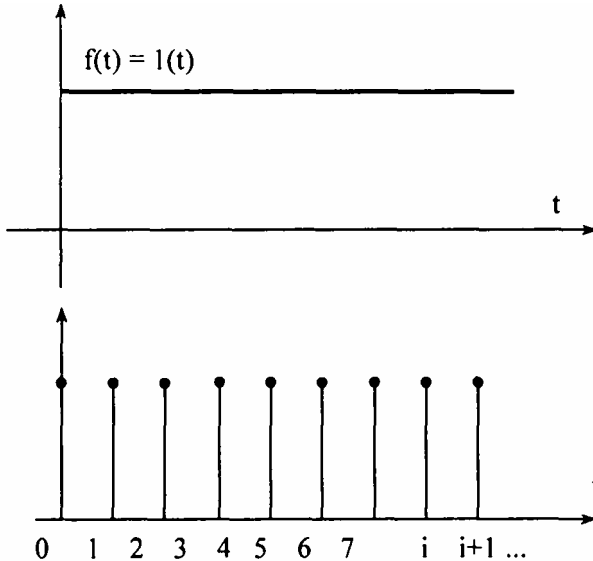
$$F(Z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(it).Z^{-i}$$

$F(Z)$ là biến đổi Z của hàm $f(it)$ hay $f(t)$.

$$F(Z) = Z\{f(i)\}.$$

Ví dụ: Cho hàm $f(t) = 1(t)$; $f(i) = 1(i)$

$$\begin{aligned} \rightarrow Z\{1(i)\} = F(z) &= \sum_{i=0}^{\infty} 1(i)Z^{-i} = \sum_{i=0}^{\infty} 1 \cdot Z^{-i} = 1 + Z^{-1} + Z^{-2} + Z^{-3} + \dots \\ &= \frac{1}{1 - Z^{-1}} = \frac{Z}{Z - 1} \end{aligned}$$



Hình 1.13: Đồ thị hàm $1(t)$ trước và sau lấy mẫu

1.6.2. Tính chất của biến đổi z

a) Tính chất dịch của hàm gốc $f(i+1)$.

$$Z\{f(i)\} = F(z)$$

$$Z\{f(i+1)\} = Z \cdot F(z) - Z \cdot f(0)$$

$$\text{Hay } Z\{f(i+m)\} = Z^m \cdot F(z) - \sum_{j=0}^{m-1} f(j) \cdot Z^{m-j}$$

b) Tính chất tuyến tính:

$$Z\{a \cdot f_1(i) + b \cdot f_2(i)\} = a \cdot F_1(z) + b \cdot F_2(z)$$

c) Giá trị đầu của hàm gốc rời rạc:

$$F(i=0) = f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z) = \lim_{i \rightarrow 0} f(i)$$

d) Giá trị cuối của hàm gốc rời rạc.

$$\lim_{z \rightarrow 1} (Z - 1).F(z)$$

e) Biến đổi Z của sai phân: $\Delta f(i)$ sai phân tiến:.

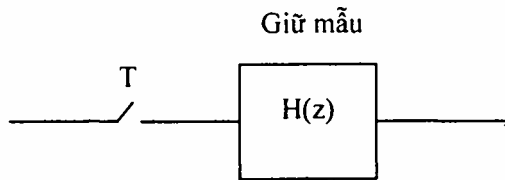
$$\Delta f(i) = f(i+1) - f(i)$$

$$Z \{ \Delta f(i) \} = (Z - 1).F(z) - Z.f(0)$$

$$Z \{ \Delta^2 f(i) \} = (Z - 1)^2.F(z) - Z.(Z - 1)f(0) - Z. \Delta f(0)$$

1.6.3. Biến đổi Z của khâu giữ mẫu

Biến đổi Z của khâu giữ mẫu không phải là một biến đổi của đáp tuyến xung, cho nên ta không tìm biến đổi Z của điều chỉnh bằng thời gian T, mà thực hiện biến đổi Z theo sơ đồ sau:



Hình 1.14: Sơ đồ khối khâu giữ mẫu

Hàm thời gian biến đổi của khâu giữ mẫu là:

$$g(t) = f(t) - f(t - T)$$

với $f(t)$ là biến đổi ngược của $\frac{F(s)}{s}$

Nhân hai vế của (1) với $1/z$ ta được:

$$G(z) : F(z) - \frac{F(z)}{Z}$$

Trong đó $F(z)$ là biến đổi Z tương đương của $\frac{F(s)}{s}$

$$\implies G(z) = \left(1 - \frac{1}{z}\right) \cdot F(z) = H(z) \cdot F(z)$$

Hàm truyền đạt của khâu giữ mẫu $H(z)$ được xem là $\left(1 - \frac{1}{z}\right)$ và hàm

$F(z)$ tương đương $-\frac{F(s)}{s}$

Nếu cho $F(s) = 1$ thì: $F(z) = \frac{F(s)}{s} = \frac{1}{s}$

Tra bảng phụ lục A ta được:

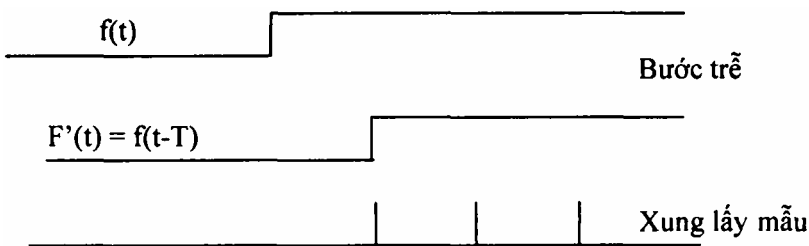
$$F(z) = \frac{Z}{Z-1}$$

Vậy: $G(z) = H(z) \cdot F(z) = \left(1 - \frac{1}{z}\right) \cdot \frac{Z}{Z-1} = 1$

Nghĩa là biến đổi Z của khâu giữ mẫu là một xung đơn vị, xung đó có giá trị bằng 1.

1.6.4. Phép biến đổi Z của khâu trễ

Xét hai hàm rời rạc đơn vị, một hàm là hàm trễ bởi xung đơn vị 'T' từ hàm kia



Hình 1.15: Đồ thị thời gian của khâu trễ

Biến đổi Z được xác định cho mỗi hàm :

Hàm bước nhảy: $F(z) = \frac{1}{z^0} + \frac{1}{z^1} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots$

Hàm trễ: $F'(z) = \frac{0}{z^0} + \frac{1}{z^1} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots$

$$= \frac{1}{z} \left[\frac{0}{z^0} + \frac{1}{z^1} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots \right] = \frac{1}{z} \cdot F(z)$$

Như vậy để nhận được biến đổi Z của bước trễ ta nhân hàm không trễ với $\frac{1}{z}$ nó cũng đúng cho hàm bất kỳ. Thực chất của biến đổi Z của hàm không trễ là biến đổi của một chuỗi riêng lẻ trong đó nó thực hiện phép toán với đơn vị đầu tiên nhân với $\frac{1}{z}$. Thông thường chuỗi này sẽ hội tụ và được cộng lại. Tổng của một chuỗi sẽ bằng: $\frac{z}{z-1}$

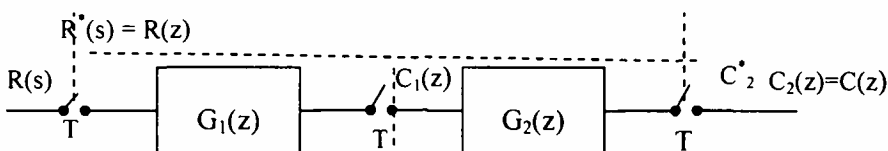
CHƯƠNG II

MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

2.1 MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ BẰNG SƠ ĐỒ KHỐI

Việc xác định hàm truyền theo biến đổi z của hệ thống dữ liệu đã được lấy mẫu thường là phức tạp vì không có bộ lấy mẫu giữa các khâu. Do đó ta không thể xác định trực tiếp bằng nguyên tắc như trong hệ điều khiển liên tục mà phải phân ra theo Trường hợp cụ thể.

2.1.1. Các khâu nối tiếp được phân biệt bởi một bộ lấy mẫu đồng bộ



Hình 2.1: Sơ đồ khâu lấy mẫu nối tiếp được phân biệt bởi một bộ lấy mẫu đồng bộ

Biến đổi z ở đầu ra của bộ lấy mẫu thứ hai:

$$C_1(z) = R(z).G_1(z) \quad (2.1)$$

Biến đổi z ở đầu ra của bộ lấy mẫu cuối:

$$C_2(z) = C_1(z).G_2(z) = C(z) \quad (2.2)$$

Từ (2.1) và (2.2) ta suy ra:

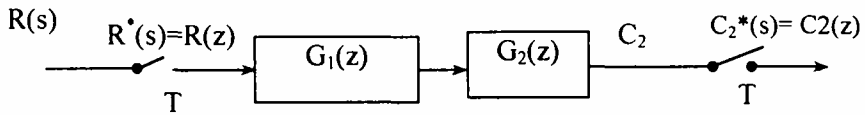
$$C(z) = R(z).G_1(z).G_2(z) = R(z).G(z)$$

Với
$$G(z) = G_1(z).G_2(z)$$

Vậy biến đổi z của các khâu nối tiếp được phân biệt bởi bộ lấy mẫu đồng bộ bằng tích biến đổi z của từng khâu riêng biệt.

2.1.2 Các khâu nối tiếp không được phân biệt bởi bộ lấy mẫu

Xét sơ đồ cấu trúc như hình vẽ:



Hình 2.2: Sơ đồ khâu lấy mẫu nối tiếp không được phân biệt bởi bộ lấy mẫu

Trong đó, các khâu nối tiếp không được phân biệt bởi bộ lấy mẫu.

Trong sơ đồ, khâu 2 được điều khiển giá trị $C_1(t)$ tại thời điểm lấy mẫu và giữa các thời điểm lấy mẫu.

Biến đổi Z của tín hiệu đầu ra là:

$$C_2(z) = R(z) \cdot Z\{G_1(s)G_2(s)\} = R(z) \cdot G_1(z)G_2(z)$$

trong đó: $G_1(z)G_2(z)$ là biến đổi Z của hàm truyền $G_1(s) \cdot G_2(s)$.

chú ý: $G_1(z)G_2(z) \neq G_1(z) \cdot G_2(z)$

Thật vậy, giả sử ta có: $G_1(s) = \frac{1}{s+a}$; $G_2(s) = \frac{1}{s+b}$

Nếu 2 khâu được nối với nhau như trường hợp 1 thì:

$$G(z) = G_1(z)G_2(z)$$

$$\text{trong đó: } G_1(z) = \frac{z}{z - e^{-aT}}; \quad G_2(z) = \frac{z}{z - e^{-bT}} \quad (2.3)$$

$$\text{Do đó: } G(z) = \frac{z^2}{(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})}$$

Nếu chúng được nối như trường hợp 2 thì: $G(z) = G_1(z)G_2(z)$

$$\text{Mà: } G_1(s)G_2(s) = \frac{1}{(s+a)(s+b)}$$

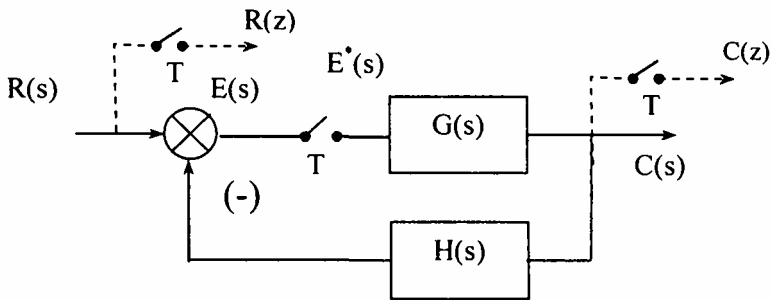
Phân tích thành phân thức đơn giản ta có:

$$G_1(s)G_2(s) = \frac{1}{(b-a)} \cdot \frac{1}{(s+a)} + \frac{1}{(a-b)} \cdot \frac{1}{(s+b)}$$

Tra bảng ảnh gốc:

$$G(z) = G_1G_2(z) = \frac{1}{(b-a)} \left(\frac{z}{z + e^{-aT}} \right) + \frac{1}{(a-b)} \left(\frac{z}{z + e^{-bT}} \right) \quad (2.4)$$

2.1.3. Bộ lấy mẫu trong kênh sai lệch



Hình 2.3: Sơ đồ bộ lấy mẫu trong kênh sai lệch

Từ sơ đồ ta tính được hàm truyền của hệ kín:

$$E(s) = R(s) - G(s).H(s) E^*(s)$$

Vì bộ lấy mẫu là tuyến tính ta áp dụng nguyên lý xếp chồng :

$$E^*(s) = R^*(s) - G.H^*(s).E^*(s) \quad (G.H^*(s) \neq G^*H^*(s))$$

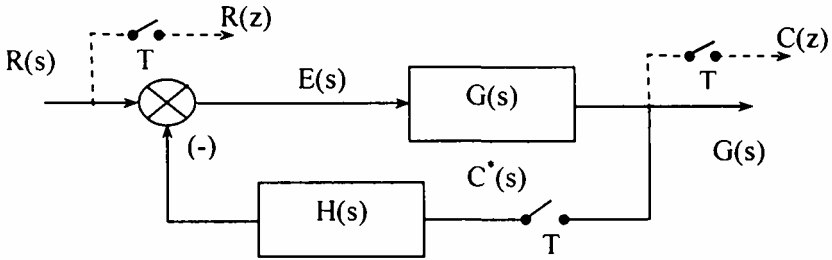
$$\Rightarrow E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1 + G.H^*(s)}$$

$$C(s) = G(s).E^*(s) = \frac{R^*(s)G(s)}{1 + G.H^*(s)}$$

Biến đổi Z biểu thức trên ta được:

$$C(z) = \frac{R(z).G(z)}{1 + G.H(z)} \quad (2.5)$$

2.1.4 Bộ lấy mẫu trong vòng hồi tiếp



Hình 2.4: Sơ đồ bộ lấy mẫu trong vòng hồi tiếp

Ta có hàm truyền theo biến đổi Laplace ở đầu ra là:

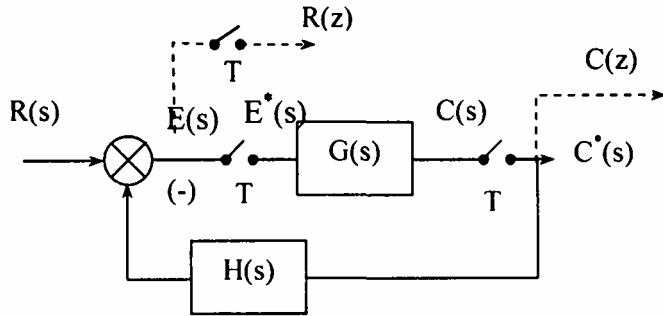
$$E(s) : R(s) - H(s).C^*(s)$$

$$C(s) = G(s).E(s) = G(s).R(s) - G(s).H(s).C^*(s)$$

Thực hiện biến đổi Z phương trình trên ta được:

$$C(z) = G.R(z) - G.H(z).C(z) \Rightarrow C(z) = \frac{RG(z)}{1 + G.H(z)} \quad (2.6)$$

2.1.5 Bộ lấy mẫu trong vòng thuận



Hình 2.5: Sơ đồ bộ lấy mẫu trong vòng thuận

Ta có: $E(s) : R(s) - G^*(s). H(s).E^*(s)$

Áp dụng nguyên lý xếp chồng:

$$E^*(s) = R^*(s) - G^*(s).E^*(s).H^*(s)$$

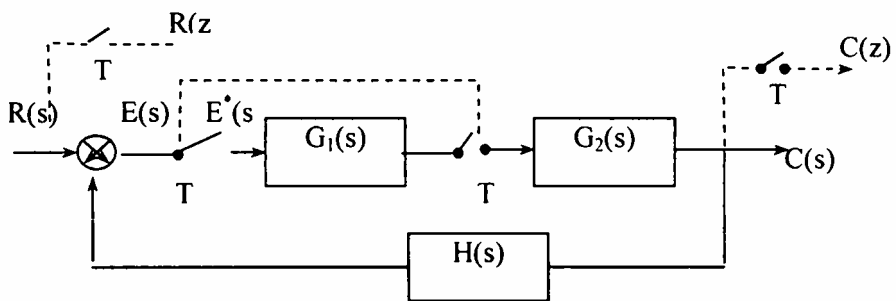
$$\Rightarrow E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1 + G^*(s).H^*(s)}$$

Mặt khác: $C^*(s) = G^*.E^*(s) = \frac{R^*(s).G^*(s)}{1 + G^*(s).H^*(s)}$

Biến đổi Z ta được:

$$C(z) = \frac{R(z).G(z)}{1 + G(z).H(z)} \tag{2.7}$$

2.1.6 Các bộ lấy mẫu đồng bộ và các khâu nối tiếp trong vòng hồi tiếp



Hình 2.6: Các bộ lấy mẫu đồng bộ và các khâu nối tiếp trong vòng hồi tiếp

$E(s) = R(s) - H(s).G_2(s).G_1(s).E(s)$ áp dụng nguyên lý xếp chồng:

$$E^*(s) = R^*(s) - H.G_2^*(s).G_1^*(s).E^*(s)$$

$$\Rightarrow E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1 + H.G_2^*(s).G_1^*(s)}$$

$$C(s) = G_2(s).G_1(s).E(s) \Rightarrow C^*(s) = G_2^*(s).G_1^*(s).E^*(s)$$

$$C^*(s) = \frac{G_1^*.G_2^*(s).R^*(s)}{1 + H.G_2^*(s).G_1^*(s)}$$

Biến đổi Z ta có:

$$C(z) = \frac{R(z)G_1(z).G_2(z)}{1 + H.G_2(z).G_1(z)} \quad (2.8)$$

⇒ **Chú ý:**

Ta có thể sử dụng các nguyên tắc sau cho hệ rời rạc từ hệ liên tục.

+ Nếu không có bộ lấy mẫu giữa đầu vào $R(s)$ và khâu đầu tiên của vòng thuận thì không thể tách biệt biến đổi Z đầu vào của khâu đầu tiên. Lúc đó, ta có $R.G(z)$, và không thể tính được hàm truyền biến đổi Z bằng tỷ số tín hiệu ra và tín hiệu vào.

+ Nếu một khâu trong vòng thuận hay vòng hồi tiếp phân biệt với đầu vào hay đầu ra của hệ thống và với các khâu khác bởi các bộ lấy mẫu ở đầu vào và đầu ra của nó thì nó hoàn toàn độc lập về biến đổi Z .

+ Nếu một khâu trong vòng thuận hay vòng hồi tiếp không phân biệt với khâu kế cận hay đầu vào của hệ thống bởi một khâu lấy mẫu thì phải thực hiện biến đổi z của hàm truyền giữa các khâu (hay giữa khâu đó với đầu vào).

2.2 PHƯƠNG PHÁP SAI PHÂN

Các bộ điều khiển số cần được dùng trong hệ thống, do đó cần phải thành lập quan hệ giữa tín hiệu số và tín hiệu liên tục. Để mô tả hệ liên tục, ta sử dụng phương trình vi phân. Để mô tả hệ rời rạc, ta sử dụng phương trình sai phân. Phương trình sai phân là xét xấp xỉ gần đúng phương trình vi phân được viết ở dạng thuận lợi cho việc lập trình trên máy tính.

Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc n được viết dưới dạng tổng quát:

$$Y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + a_{n-2}y(k+n-2) + \dots + a_0y(k) = f(k) \quad (2.9)$$

trong đó: $y(j)$ (với $j = k, k+1, \dots, k+n$) là các giá trị rời rạc của biến y tại thời điểm lấy mẫu thứ j nếu biến độc lập là thời gian.

Tương tự trong hệ liên tục để thuận tiện ta biến đổi phương trình

trên về phương trình trạng thái (đề hạ bậc phương trình).

Đặt:

$$x_1(k) = y(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1) = y(k+1)$$

.....

$$x_{n-1}(k) = x_{n-2}(k+1) = y(k+n-2)$$

$$x_n(k) = x_{n-1}(k+1) = y(k+n-1)$$

$$\Rightarrow x_n(k+1) = -a_0x_1(k) - a_1x_2(k) - \dots - a_{n-1}x_n(k) + f(k)$$

Biểu diễn dưới dạng ma trận ta có:

$$X(k+1) = A.X(k) + B.U(k) \tag{2.10}$$

với $U(k) = f(k)$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix}$$

Để giải phương trình sai phân tuyến tính ta có thể lập trình trên máy tính hoặc dùng biến đổi Z.

Ví dụ 1 : Xét phương trình sai phân bậc nhất: $y(k+1) + y(k) = 0$

Áp dụng công thức: $Z\{y(kT + nT)\} = Z^n \left[Y(z) - \sum_{k=0}^{n-1} y(kT)Z^{-k} \right]$ ta có:

$$ZY(z) - Zy(0) + Y(z) = 0$$

$$Y(z) = \frac{Z}{Z+1} y(0) = (1 - Z^{-1} + Z^{-2} - Z^{-3} + \dots) y(0)$$

Hay $y(k) = (-1)^k y(0)$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$)

Ví dụ 2: Cho phương trình sai phân bậc 2

$$y(k+2) + 0,5y(k+1) + 0,2y(k) = u(k)$$

$$\text{Với } u(k) = 1 \quad (k : 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{Điều kiện đầu: } y(0) = 0; y(1) = 0$$

Lấy biến đổi Z 2 vế phương trình ta được:

$$[Z^2Y(z) - Z^2y(0) - Zy(1)] + 0,5[ZY(z) - Zy(0)] + 0,2Y(z) = U(z) = \frac{Z}{Z-1}$$

$$Y(z) = \frac{Z}{(Z-1)(Z^2 + 0,5Z + 0,2)}$$

Phân tích thành các phân thức đơn giản ta có:

$$Y(z) = \frac{0,588}{Z-1} - \frac{1,036e^{-j1,283}}{Z + 0,25 + j0,37} - \frac{1,036e^{-j1,283}}{z + 0,25 - j0,37}$$

Biến đổi Z ngược ta được:

$$y(k) = 0,588 - 1,036(0,447)^k [e^{-j(2,156k - 1,283)} + e^{j(2,156k - 1,283)}]$$

$$y(k) = 0,588 - 2,072(0,447)^k \cos(2,165k - 1,283) \quad \text{Với } k \geq 0$$

2.3 KỸ THUẬT BIẾN TRẠNG THÁI

Ta đã biết hệ phương trình tuyến tính mô tả hệ điều khiển số bậc n có dạng:

$$X(k+1) = A.X(k) + B.U(k) \quad (2.11)$$

$$C(k) = D.X(k) \text{ (tín hiệu ra)}$$

trong đó: A, B, D là các ma trận;

với: A, B là các ma trận cột; D là các ma trận hàng;

C(k) là các tín hiệu đầu ra; X(k) là các biến trạng thái; U(k) là các biến điều khiển.

Ví dụ: Hãy xác định mô hình biến trạng thái cho hệ được mô tả bởi phương trình sai phân:

$$y(k+2) + 1,7y(k+1) - 0,72y(k) + u(k)$$

Đặt: $x_1(k) = y(k) = c(k)$

$x_2(k) = x_1(k+1) = y(k+1)$

Ta có: $x_2(k+1) = y(k+2) = 0,7x_1(k) + 1,7x_2(k) - 0,7x_1(k)$

Hệ phương trình trạng thái là:

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,72 & 1,7 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U(k)$$

$$C(k) = y(k) = [0 \ 1]X(k)$$

* Quan hệ giữa các phương pháp:

Để xác định mối quan hệ giữa các phương pháp mô tả hệ thống điều khiển số ta bắt đầu từ việc xét hàm truyền biến đổi Z của hệ thống dưới dạng tổng quát.

$$\text{Ta có: } W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_{n-1}Z^{n-1} + b_{n-2}Z^{n-2} + \dots + b_1Z + b_0}{Z^n + a_{n-1}Z^{n-1} + \dots + a_1Z + a_0} \cdot \frac{E(z)}{E(z)}$$

trong đó:

$Y(z)$ là tín hiệu ra;

$U(z)$ là tín hiệu vào;

$E(z)$ là tín hiệu sai lệch được sử dụng như là biên phủ để mô tả hệ thống.

$$Y(z) = (b_{n-1}Z^{n-1} + b_{n-2}Z^{n-2} + \dots + b_1Z + b_0)E(z)$$

$$U(z) = (Z^n + a_{n-1}Z^{n-1} + \dots + a_1Z + a_0)E(z)$$

Ta có:

$$Z^{-1}\{E(z)\} = e(k)$$

$$Z^{-1}\{zE(z)\} = e(k+1)$$

$$Z^{-1}\{z^2E(z)\} = e(k+2)$$

.....

Đặt biến trạng thái:

$$x_1(k) = e(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1) : e(k+1)$$

$$x_3(k) = x_2(k+1) : e(k+2)$$

...

$$x_n(k) = x_{(n-1)}(k+1) = e(k+n-1)$$

Từ đó ta rút ra:

$$x_1(k+1) = x_2(k)$$

$$x_2(k+1) = x_3(k)$$

$$x_3(k+1) = x_4(k)$$

...

$$x_n(k+1) = -a_0x_1(k) - a_1x_2(k) - a_2x_3(k) - \dots - a_{n-1}x_n(k) + u(k)$$

Viết dưới dạng ma trận ta có:

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix} X(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} u(k)$$

$$c_k = y_k = (b \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n-1})X(k)$$

$$\text{Hay: } \begin{cases} X(k+1) = AX(k) + BU(k) \\ C(k) = DX(k) \end{cases}$$

Để xây dựng cấu trúc của hệ thống ta chia cả tử số và mẫu số cho Z^n :

$$\Rightarrow w(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_{n-1}Z^{-1} + b_{n-2}Z^{-2} + \dots + b_0Z^{-n}}{1 + a_{n-1}Z^{-1} + \dots + a_0Z^{-n}}$$

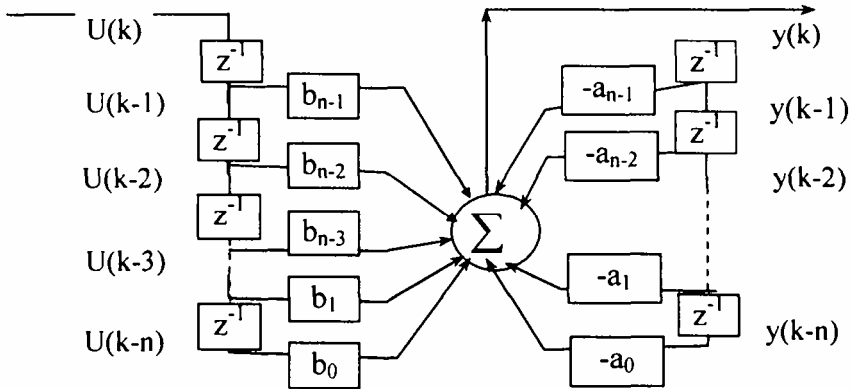
$$Y(z)(1 + a_{n-1}Z^{-1} + \dots + a_0Z^{-n}) = u(z)(b_{n-1}Z^{-1} + b_{n-2}Z^{-2} + \dots + b_0Z^{-n})$$

Phương trình sai phân tương ứng :

$$y(k) + a_{n-1}y(k-1) + a_{n-2}y(k-2) + \dots + a_0y(k-n) = b_{n-1}u(k-1) + b_{n-2}u(k-2) + \dots + b_0u(k-n)$$

$$y(k) = -a_{n-1}y(k-1) - a_{n-2}y(k-2) - \dots - a_0y(k-n) + b_{n-1}u(k-1) + b_{n-2}u(k-2) + \dots + b_0u(k-n)$$

sau đây là cấu trúc của toàn hệ thống:



Hình 2.7: Sơ đồ cấu trúc biến trạng thái của toàn hệ thống

Ví dụ: Một hệ điều khiển số được mô tả bởi hàm số truyền:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z^2 + 2Z + 1}{Z^3 + 2Z^2 + Z + 0,5}$$

Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái, phương trình vi phân và sơ đồ cấu trúc của hệ thống.

Từ hàm số truyền ta có:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z^2 + 2Z + 1}{Z^3 + 2Z^2 + Z + 0,5} \frac{E(z)}{E(z)}$$

$$Y(z) = (Z^2 + 2Z + 1)E(z)$$

$$U(z) = (Z^3 + 2Z^2 + Z + 0,5)E(z)$$

Ký hiệu $E(z) \Rightarrow e(k)$

$$ZE(z) \Rightarrow e(k+1)$$

$$Z^2E(z) \Rightarrow e(k+2)$$

Đặt biến trạng thái:

$$x_1(k) = e(k)$$

$$x_2(k) = x_1(k+1) = e(k+1)$$

$x_3(k) = x_2(k+1) = e(k+2)$ Ta có:

$x_3(k+1) = -1/2x_1(k) - x_2(k) - 2x_3(k) + u(k)$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) \\ x_2(k+1) = x_3(k) \\ x_3(k+1) = -0,5x_1(k) - x_2(k) - 2x_3(k) + u(k) \end{cases}$$

Viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,5 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

Tín hiệu ra là:

$$Y(z) = (Z^2 + 2Z + 1)E(z)$$

$$y(k) = x_1(k) + 2x_2(k) + x_3(k) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

+ Phương trình sai phân

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z^2 + 2Z + 1}{Z^3 + 2Z^2 + Z + 0,5} \frac{E(z)}{E(z)}$$

Chia tử và mẫu số cho Z^3 ta có

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z^{-1} + 2Z^{-2} + Z^{-3}}{1 + 2Z^{-1} + Z^{-2} + 0,5Z^{-3}}$$

$$Y(z)(1 + 2Z^{-1} + Z^{-2} + 0,5Z^{-3}) = U(z)(Z^{-1} + 2Z^{-2} + Z^{-3})$$

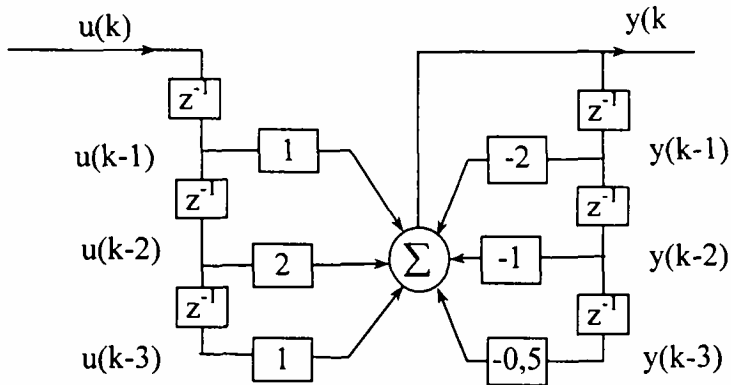
Từ đó ta có phương trình sai phân:

$$y(k) + 2y(k-1) + y(k-2) + 0,5y(k-3) = u(k-1) + 2u(k-2) + u(k-3)$$

+ Sơ đồ khối

Từ sơ đồ sai phân ta có:

$$y(k) = -2y(k-1) - y(k-2) - 0,5y(k-3) + u(k-1) + 2u(k-2) + u(k-3)$$



Hình 2.8: Sơ đồ cấu trúc hệ điều khiển số

CHƯƠNG 3

KHẢO SÁT ỔN ĐỊNH VÀ PHÂN TÍCH HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

3.1 KHÁI NIỆM

Ta đã biết, hệ điều khiển số tuyến tính được mô tả bởi phương trình sai phân tuyến tính có dạng tổng quát:

$$a_n y(k+n) + a_{n-1} y(k+n-1) + \dots + a_0 y(k) = u(k) \quad (3.1)$$

Về cơ bản, kỹ thuật phân tích và đánh giá độ ổn định của hệ thống tuyến tính liên tục có thể áp dụng cho hệ thống ĐKS tuyến tính. Để xét hệ thống số ổn định hay không, ta phải giải phương trình sai phân. Nghiệm tổng quát của phương trình sai phân mô tả hệ thống điều khiển số có dạng:

$$y(nT) : y_0(nT) + y_r(nT)$$

trong đó: $y_0(nT)$ là nghiệm tổng quát của phương trình sai phân thuần nhất (phương trình sai phân có vế phải bằng 0); $y_r(nT)$ là nghiệm riêng của PTSP.

Nghiệm riêng $y_r(nT)$ biểu diễn trạng thái xác lập của hệ thống, nó không ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ thống. Nghiệm $y_0(nT)$ mô tả đặc tính của quá trình quá độ, nó ảnh hưởng tới tính ổn định của hệ. Vì vậy, để xét tính ổn định của hệ thống điều khiển số ta cần giải phương trình sai phân thuần nhất:

$$a_n y(k+n) + a_{n-1} y(k+n-1) + \dots + a_0 y(k) = 0 \quad (3.2)$$

Tính chất của nghiệm của phương trình (3.2) được xác định dựa vào nghiệm của phương trình đặc tính:

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \quad (3.3)$$

Giả thiết phương trình đặc tính có n nghiệm riêng biệt, nghiệm của phương trình sai phân thuần nhất có dạng:

$$y_0(nT) = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n + \dots + C_n z_n^n$$

C_i là các hằng số được xác định từ sơ kiện của bài toán. Hệ thống ĐKS

sẽ ổn định khi:

$$\lim_{1 \rightarrow \infty} y_0(nT) = 0 \quad (3.4)$$

Điều kiện trên được xác định thông qua các đặc tính nghiệm số của phương trình đặc tính.

+ Khi z_i là nghiệm thực: $z_i = e^{\alpha_i}$ thì điều kiện (3.4) thoả mãn khi $\alpha_i < 0$ hay $|z_i| < 1$

+ Khi z_i là nghiệm phức: $z_i = e^{\alpha_i + j\beta_i} = e^{\alpha_i} e^{j\beta_i}$ hệ sẽ ổn định khi $|z_i| < 1$

hay $e^{\alpha_i} < 1 \Rightarrow \alpha_i < 0$

+ Nếu z_i là nghiệm thuần ảo $z_i = e^{j\beta_i}$, QTQĐ hệ thống sẽ có thành phần dao động với biên độ không đổi.

\Rightarrow Từ những phân tích trên ta rút ra kết luận đối với hệ thống điều khiển số tuyến tính:

+ Hệ ổn định nếu phương trình đặc tính của hệ có các nghiệm thực hoặc nghiệm phức có môđun < 1 .

+ Hệ không ổn định nếu phương trình đặc tính có một nghiệm thực hoặc nghiệm phức có môđun > 1 .

+ Hệ ở biên giới ổn định nếu phương trình đặc tính có nghiệm thuần ảo và các nghiệm khác là nghiệm thực hay phức có môđun < 1 .

*** Mối liên hệ giữa mặt phẳng Z và mặt phẳng S**

Mặt phẳng Z liên hệ với mặt phẳng S theo công thức:

$$Z = e^{sT} \quad (3.5)$$

Hai mặt phẳng này đều là các lượng phức được biểu diễn trên trục thực và ảo chi khác ở chỗ mặt phẳng Z có thứ nguyên của tần số còn mặt phẳng s thì không có thứ nguyên.

Trục ảo trong mặt phẳng Z giống như trong mặt phẳng s chúng đóng một vai trò quan trọng trong việc nghiên cứu tính ổn định của hệ gián đoạn.

Trục số ảo của mặt phẳng s biểu thị của giá trị $(j\omega)$ đi từ $-\infty \rightarrow \text{zero} \rightarrow \infty$

$$\text{Đặt: } s = j\omega \quad \text{ta có: } Z = e^{sT} = e^{j\omega T} = \cos \omega T + j\sin \omega T$$

+ Khi ω tăng từ 0 đến π/T , đường thẳng từ gốc đến điểm Z quay ngược chiều kim đồng hồ và nó vẽ lên một vòng tròn có bán kính là:

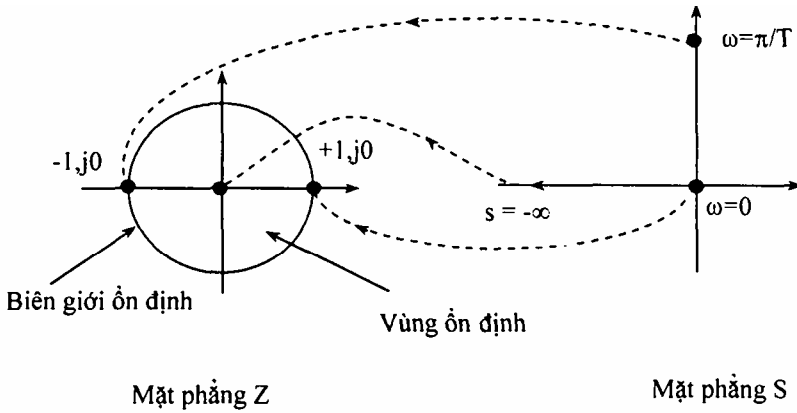
$$R = \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = 1$$

+ Khi ω tăng từ $-\pi/T$ đến 0, đường thẳng từ gốc đến điểm Z quay cùng chiều kim đồng hồ và nó vẽ lên một vòng tròn có bán kính là 1.

+ Khi $s = 0$ suy ra $Z = e^0 = 1$. Khi đó gốc của mặt phẳng s trùng với điểm +1 trên mặt phẳng Z .

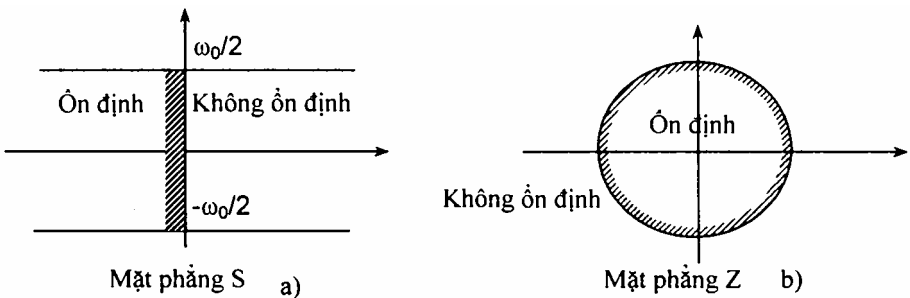
+ Khi $s = \infty$ suy ra $Z = e^\infty = 0$. Khi đó gốc của hệ Z trùng với điểm $-\infty$ của mặt phẳng s

Nhận thấy nửa trái của mặt phẳng s (nửa ổn định) được thể hiện bằng phần trong đường tròn đơn vị trong mặt phẳng Z .



Hình 3.1: Quan hệ giữa mặt phẳng Z và mặt phẳng S

Trên mặt phẳng S, do tính chất chu kỳ của các đặc tính tần số của hệ thống số nên chỉ cần khảo sát sự phân bố nghiệm số trong dải tần từ $-\frac{\omega_0}{2} \rightarrow \frac{\omega_0}{2}$ (hình 3.2a). Trong các dải tần tiếp theo, với độ rộng lao sự phân bố nghiệm số hoàn toàn lặp lại. Hệ thống số ổn định khi tất cả các nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố bên trái trục ảo. Khi có nghiệm nằm bên phải trục ảo, hệ thống sẽ không ổn định. Trục ảo là đường biên giới phân vùng ổn định trên mặt phẳng S (Tương tự như hệ thống điều khiển tuyến tính liên tục)



Hình 3.2: Mặt phẳng

Trên mặt phẳng Z, hệ thống sẽ ổn định khi tất cả các nghiệm số của phương trình đặc tính phân bố bên trong vòng tròn đơn vị. Hệ thống sẽ không ổn định nếu có một nghiệm nào đó nằm ngoài vòng tròn đơn vị. Vậy, vòng tròn đơn vị là biên giới ổn định trên mặt phẳng Z (hình 3.2b).

3.2 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

3.2.1 Tiêu chuẩn Rao - Hurvit mở rộng

Tương tự như hệ thống điều khiển liên tục, ở hệ điều khiển số, việc giải phương trình đặc tính của hệ thường rất phức tạp. Vì vậy, ta tìm các tiêu chuẩn để dựa vào đó đánh giá độ ổn định của hệ thống điều khiển số.

Xét hệ thống ĐKS có phương trình đặc tính:

$$a_n Z^n + a_{n-1} Z^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \quad (3.6)$$

Thay $z = \frac{y+1}{y-1}$ vào phương trình đặc tính và biến đổi ta được:

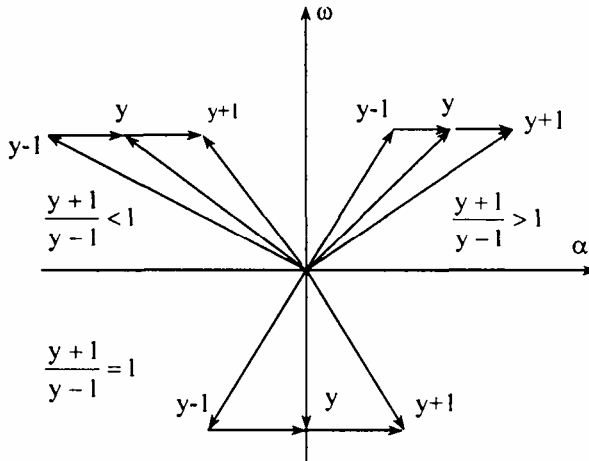
$$A_n y^n + A_{n-1} y^{n-1} + \dots + A_0 = 0 \quad (3.7)$$

Mối quan hệ giữa nghiệm số của phương trình (3.6) trên mặt phẳng y với nghiệm Z của phương trình (3.7) như hình vẽ. Ta thấy:

+ Khi nghiệm y nằm bên trái trục ảo, $|y+1| < |y-1| \Rightarrow |z| < 1$ tương đương với trường hợp nghiệm z nằm trong vòng tròn đơn vị.

+ Khi nghiệm y nằm bên phải trục ảo, $|y+1| > |y-1| \Rightarrow |z| > 1$ tương đương với trường hợp nghiệm z nằm ngoài vòng tròn đơn vị.

+ Khi nghiệm y nằm trên trục ảo, $|y+1| = |y-1| \Rightarrow |z| = 1$ tương đương với trường hợp nghiệm z nằm trên vòng tròn đơn vị.



Hình 3.3: Mối liên hệ giữa mặt phẳng Z và mặt phẳng Y

Vậy khi chuyển từ mặt phẳng Z sang mặt phẳng Y, thì việc xét ổn định của hệ thống cũng chuyển từ điều kiện $|z| < 1$ sang điều kiện tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính chuyển đổi nằm bên trái trục ảo. Ta có thể sử dụng tất cả các phương pháp đại số đã học đối với hệ tuyến tính liên tục để xét ổn định hệ điều khiển số.

Ví dụ I: Xét ổn định của hệ thống điều khiển số có phương trình đặc tính

$$a_1z + a_0 = 0$$

+ Theo nghiệm của phương trình đặc tính:

$$\text{Tacó } z = -\frac{a_0}{a_1}.$$

Hệ thống sẽ ổn định khi $|z| < 1$ hay $|a_0| < |a_1|$

+ Theo tiêu chuẩn đại số:

Thay $z = \frac{y+1}{y-1}$ vào phương trình đặc tính, ta có:

$$a_1 \frac{y+1}{y-1} + a_0 = 0$$

$$\text{Vì } y \neq 1 \text{ nên có: } (a_1 + a_0)y + (a_1 - a_0) = 0$$

Theo tiêu chuẩn đại số thì hệ thống có phương trình đặc tính bậc 2 sẽ ổn định khi các hệ số của nó cùng dấu, tức là: $(a_1 + a_0)(a_1 - a_0) > 0$

Ví dụ 2: Xét ổn định của hệ thống điều khiển vòng kín hàm số truyền:

$$W(z) = \frac{0,092(Z - 0,718)}{Z^2 - 1,2Z + 0,32}$$

+ Theo nghiệm của phương trình đặc tính:

Phương trình đặc tính của hệ thống là: $Z^2 - 1,2Z + 0,32$

$$\text{ta có } \Delta' = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 a_2 = 0,36 - 0,32 = 0,04$$

$$\text{Các nghiệm: } Z_{1,2} = 0,6 \pm 0,04 \Rightarrow Z_1 = 0,64; Z_2 = 0,56$$

Hệ thống sẽ ổn định khi vì các nghiệm đều nằm trong vòng tròn đơn vị

+ Theo tiêu chuẩn đại số:

Thay $Z = \frac{y+1}{y-1}$ vào phương trình đặc tính ta có:

$$\left(\frac{y+1}{y-1}\right)^2 - 1,2\frac{y+1}{y-1} + 0,32 = 0$$

$$(y+1)^2 - 1,2(y+1)(y-1) + 0,32(y-1)^2 = 0$$

$$y^2 + 11,3y + 21 = 0$$

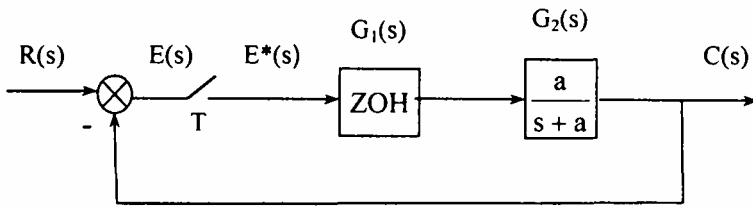
Theo tiêu chuẩn Rao-Hurvit ta có: Bảng Rao

1 1,3

21

Ta thấy tất cả các số hạng ở cột thứ nhất của bảng Rao đều dương. Vậy hệ ổn định.

Ví dụ 3. Hệ điều khiển số có sơ đồ cấu trúc như hình 3.4. Xét ổn định của hệ



Hình 3.4: Sơ đồ cấu trúc hệ ĐKS

Ta đã biết hàm số truyền của khâu ZOH là:

$$G_1(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

Hàm truyền của hệ hở là:

$$E(s) = R(s) - G(s)E^*(s)$$

$$E^*(s) = R^*(s) - G^*(s)E^*(s) \Rightarrow E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1 + G^*(s)}$$

$$C^*(s) = G^*(s)E^*(s) = \frac{G^*(s)R^*(s)}{1 + G^*(s)}$$

$$G(s) = G_1(s)G_2(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{a}{s + a}$$

Hàm truyền biến đổi Z của hệ kín là:

$$W(z) = \frac{G^*(s)R^*(s)}{1 + G^*(s)}$$

trong đó: $G(z) = \frac{Z^{-1}(1 - e^{-aT})}{1 - e^{-aT}Z^{-1}}$

$$W(z) = \frac{Z^{-1}(1 - e^{-aT})}{1 + (1 - 2e^{-aT})Z^{-1}}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống là:

$$1 + (1 - 2e^{-aT})Z^{-1} = 0$$

$$Z + 1 - 2e^{-aT} = a_1Z + a_0 = 0 \text{ Trong đó } a_1 = 1; a_0 = 1 - 2e^{-aT}$$

$$\text{Đổi biến: } Z = \frac{y+1}{y-1} \quad \text{Ta được: } a_1 \frac{y+1}{y-1} + a_0 = 0$$

$$(a_1 + a_0)y + a_0 = 0; A_1y + A_0 = 0$$

Ta đã biết điều kiện cần và đủ để hệ thống cấp 1 ổn định là:

$$A_1 = a_1 + a_0 > 0$$

$$A_0 = a_0 > 0$$

$$\text{Hay: } 1 + (1 - 2e^{-aT}) > 0 \Rightarrow 2(1 - e^{-2T}) > 0$$

$$1 - (1 - 2e^{-aT}) > 0 \Rightarrow 2e^{-2T} > 0$$

Ta thấy, muốn cho $1 - e^{-2T} > 0$ thì các tham số a của đối tượng điều khiển và tham số T của chu kỳ cắt mẫu sẽ ảnh hưởng tới tính ổn định của hệ thống. Ứng với 1 cặp (a, T) nào đó có thể làm cho $A_1 < 0$ và hệ thống mất ổn định. Trong khi đó, hệ cấp 1 luôn luôn ổn định.

3.2.2 Tiêu chuẩn Jury

Về nguyên tắc, tiêu chuẩn ổn định Rao-Hurvit mở rộng có thể áp dụng cho mọi hệ thống điều khiển số. Song đối với hệ bậc cao, việc tính toán khó. Khi đó người ta thường dùng tiêu chuẩn Schur-cohn và tiêu

chuẩn ổn định Jury.

Tiêu chuẩn này cho rằng một hệ thống dữ liệu đã được lấy mẫu là ổn định (có tất cả các nghiệm nằm bên trong vòng tròn đơn vị của mặt phẳng Z) nếu tất cả các số hạng trong các hàng lẻ ở cột bên trái của bảng Jury là dương.

Bảng Jury được thiết lập từ phương trình đặc tính:

$$a_0 Z^n + a_1 Z^{n-1} + a_2 Z^{n-2} + \dots + a_{n-1} Z^1 + a_n = 0. \quad (3.8)$$

Bảng 3.1

Hàng	Z^n	Z^{n-1}	Z^{n-2}	...	Z^{n-j}	...	Z^1	Z^0
1	a_0	a_1	a_2		a_{n-j}	...	a_{n-1}	a_n
2	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}		a_j		a_1	a_0
3	b_0	b_1	b_2	...	b_{n-j}	...	b_{n-1}	
4	b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	...	b_j	...	b_0	
5	c_0	c_1	c_2	...		c_{n-2}		
6	c_{n-2}	c_{n-3}	c_{n-4}	...		c_0		

Trong bảng 3.1 ta chú ý rằng: Các hàng chẵn bao gồm các hệ số của các hàm lẻ mà được viết theo thứ tự ngược lại. Giá trị hàng thứ 3 được tính bằng cách lấy định thức bậc 2 mà sử dụng cột đầu tiên của hàng đầu tiên với mỗi cột khác của các hàng này. bắt đầu từ phải qua trái chia cho hệ số a_i). Như vậy các số hạng được tính như sau:

$$b_0 = a_0 - \frac{a_n}{a_0} a_n; \quad b_1 = a_1 - \frac{a_n}{a_0} a_{n-1}; \quad b_j = a_j - \frac{a_n}{a_0} a_{n-j} \quad (3.9)$$

Ví dụ: Hệ điều khiển số có phương trình đặc tính: $Z^3 - 1,1z^2 + 0,01Z + 0,4 = 0$

Bảng 3.2: Bảng Jury

1	1	-1,1	0,01	0,4
2	0,4	0,01	-1,1	1
3	$\frac{1}{1} \left \begin{array}{cc} 1 & 0,4 \\ 0,4 & 1 \end{array} \right = 0,84$	$b_1 = \frac{1}{1} \left \begin{array}{cc} 1 & 0,01 \\ 0,4 & -1,1 \end{array} \right = -1,104$	$b_2 = \frac{1}{1} \left \begin{array}{cc} 1 & -1,1 \\ 0,4 & 0,01 \end{array} \right = 0,45$	
4	0,45	-1,104	0,84	
5	$\frac{1}{0,84} \left \begin{array}{cc} 0,84 & 0,45 \\ 0,45 & 0,84 \end{array} \right = 0,599$	$c_1 = \frac{1}{0,84} \left \begin{array}{cc} 0,84 & -1,104 \\ 0,45 & -1,104 \end{array} \right = -0,513$		
6	-0,513	0,599		
7	$\frac{1}{0,599} \left \begin{array}{cc} 0,599 & -0,513 \\ -0,513 & 0,599 \end{array} \right = 0,1595$			

Nhìn bảng Jury ta thấy, các số hạng ở cột bên trái của các hàng lẻ là dương nên hệ thống ổn định.

Ta cũng dễ dàng kiểm tra được tính ổn định của hệ thống trên bằng cách giải phương trình đặc tính. Các nghiệm là:

$$Z_1 = -0,4973; Z_{2,3} = 0,7897 \pm j0,408$$

⇒ Nhận xét: Các phương pháp trên chỉ cho phép chúng ta kiểm tra nhanh xem hệ thống có ổn định hay không. Nó không cho ta biết vị trí các nghiệm trên mặt phẳng Z.

3.3 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

Tất cả các phương pháp tần số dùng để khảo sát hệ tuyến tính liên tục

đều có thể được mở rộng để phân tích hệ điều khiển số. Đồ thị tần số của hệ rời rạc được xây dựng bằng cách thay $Z : e^{j\omega T}$

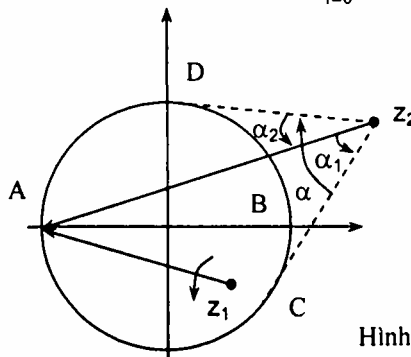
3.2.1 Tiêu chuẩn Mikhailôp mở rộng

Giả thiết hệ điều khiển số có phương trình đặc tính:

$$A_n Z^n + a_{n-1} Z^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \tag{3.10}$$

Các nghiệm của phương trình đặc tính là Z_i . Ta có thể viết lại phương trình:

$$A(z) = a_n Z^n + a_{n-1} Z^{n-1} + \dots + a_0 = a_n \prod_{i=0}^n (z - z_i) \tag{3.11}$$



Hình 3.5

Trên mặt phẳng Z , mỗi thừa số $Z - Z_i$ của (3.11) là một vectơ đi từ Z_i đến vòng tròn đơn vị (hình 3.5).

Với $Z = e^{j\omega T} \quad (-\pi \leq \omega T \leq \pi)$

Khi đó: góc của $A(z)$ là:

$$\Delta \arg A(z)_{-\pi \leq \omega T \leq \pi} = \sum_{i=1}^n \Delta \arg A(z)_{-\pi \leq \omega T \leq \pi}$$

Ta xét 2 trường hợp cụ thể: Nghiệm Z , nằm trong vòng tròn đơn vị và Z_t nằm ngoài vòng tròn đơn vị.

+ Nghiệm Z_1 nằm trong vòng tròn đơn vị, khi đó vectơ $Z - Z_i$ xuất phát từ điểm A ($\omega T = -\pi$) quay ngược chiều kim đồng hồ đến B ($\omega T = 0$) và tiếp tục quay đến A ($\omega T = \pi$).

Như vậy, góc quay của vectơ $Z - Z_i$ là:

$$\Delta \arg A(z) = 2\pi$$

$$-\pi \leq \omega T \leq \pi$$

+ Nghiệm Z , nằm ngoài vòng tròn đơn vị, khi đó vectơ $Z - Z_i$ xuất phát từ điểm A ($\omega T = -\pi$) quay ngược chiều kim đồng hồ đến C được góc α_1 , sau đó quay theo chiều kim đồng hồ đến điểm D được góc $-\alpha$ rồi lại quay ngược chiều kim đồng hồ đến điểm A ($\omega T = \pi$). Như vậy, góc quay của vectơ $Z - Z_i$ là:

$$\Delta \arg A(z) = 0$$

$$-\pi \leq \omega T \leq \pi$$

Suy ra: Khi hệ thống ổn định, các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm trong vòng tròn đơn vị thì góc quay của biểu đồ đa thức đặc tính là $2n\pi$.

Do tính đối xứng của các nghiệm phức nên ta chỉ cần xét tốt thay đổi từ 0 đến π .

Vậy, tiêu chuẩn Mikhailôp mở rộng phát biểu:

Hệ điều khiển số có phương trình đặc tính bậc n sẽ ổn định nếu biểu đồ đa thức đặc tính của nó quay góc $n\pi$ quanh tâm tọa độ khi ωT thay đổi từ 0 đến π .

3.2.2 Tiêu chuẩn Nايquist mở rộng

Phép biến đổi $Z = \frac{1 + \omega T/2}{1 - \omega T/2}$ được dùng để vẽ đồ thị BODE cho hệ

ĐKS. Tiêu chuẩn ổn định Nايquist cho hiện liên tục khi chuyển sang hệ rời rạc.

$$\text{Ta có: } N = Z - s \quad (3.12)$$

trong đó:

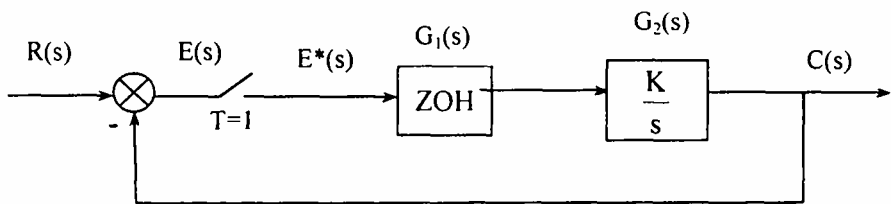
N : số vòng kín theo chiều kim đồng hồ bao quanh điểm $(-1, j0)$ của đường $GH(z)$ hay $G(z)H(z)$ khi Z lấy các giá trị trên mặt phẳng Z ;

s : số nghiệm cực không ổn định của $GH(z)$ hay $G(z)H(z)$;

Z : số nghiệm không ổn định của phương trình đặc tính hệ kín.

Độ dự trữ ổn định về biên độ và về pha của hệ tuyến tính liên tục trong mặt phẳng $G(s)H(s)$ vẫn áp dụng được cho mặt phẳng $GH(z)$ hay $HC(z)$.

Ví dụ I: Xét hệ điều khiển số có sơ đồ cấu trúc như hình 3.6. Hỏi khi $K = 1$ hệ thống có ổn định không? Tìm giá trị cực đại của K để hệ thống vẫn ổn định?



Hình 3.6: Hệ ĐKS cho ví dụ I

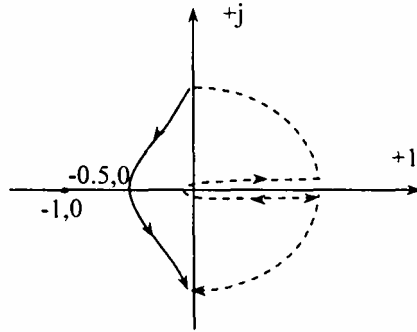
+ **Khảo sát ổn định khi $K = 1$:**

Để xác định độ ổn định của hệ thống, ta phải xác định quỹ tích của $GH(z)$ trong mặt phẳng Z . Với sơ đồ trên ta có:

$$G_1(s)G_2(s)H(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{1}{s} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s^2}$$

$$GH(z) = \frac{1}{Z-1}$$

Quỹ tích của $GH(z)$ được vẽ trên hình 3.7. Quỹ tích này không bao điểm $(-1, j0)$ nên hệ thống ổn định theo tiêu chuẩn Nايquist.



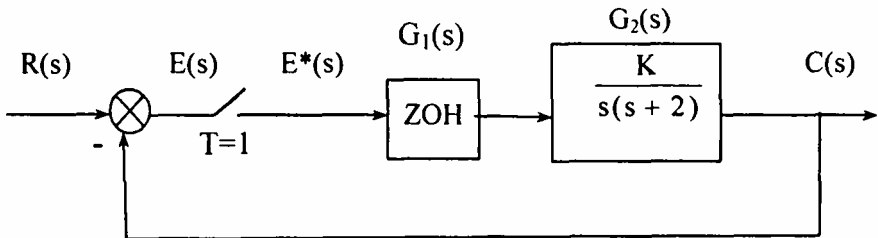
Hình 3.7: Quỹ tích hàm GH(z)

+ xác định giá trị cực đại của K:

Từ hình vẽ quỹ tích của GH(z) ta thấy, khi K tăng gấp đôi, quỹ tích sẽ đi qua điểm (-1,j0). Vậy giá trị cực đại của K để hệ thống vẫn còn ổn định là K = 2. Độ dự trữ ổn định về biên độ là 6(db)

Ví dụ 2: Cho hệ điều số có sơ đồ như hình 3.8. Hãy khảo sát ổn định của hệ khi K = 1? Tìm giá trị cực đại của K để hệ thống vẫn ổn định?

+ Khảo sát ổn định khi K = 1 :

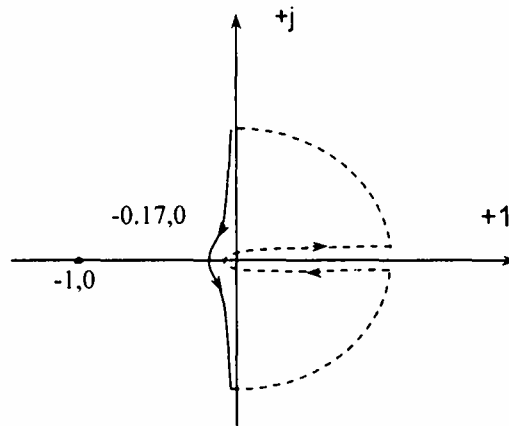


Hình 3.8: Hệ ĐKS cho ví dụ 2

Ta có:

$$G_1(s)G_2(s)H(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{1}{s(s+2)} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s^2(s+2)}$$

$$GH(z) = \frac{0,284(Z + 0,524)}{(Z - 1)(Z - 0,136)}$$



Hình 3.9: Quỹ tích hàm $GH(z)$

+ Xác định giá trị cực đại của K:

Từ hình 3.9 ta thấy rằng khi tăng K lên $\frac{1}{0,17} = 5,88$ lần thì quỹ đạo

sẽ đi qua điểm $(-1, j0)$. Vậy giá trị cực đại của K để hệ thống vẫn còn ổn định là $K = 5,88$. Độ dự trữ ổn định về biên độ là: 15,39 (db)

3.4 ĐÁP ỨNG QUÁ ĐỘ CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN SỐ

3.4.1 Khái niệm

Chất lượng của hệ thống điều khiển được đánh giá trực tiếp từ đồ thị đáp ứng đầu ra của hệ thống, với tín hiệu đầu vào là xác định.

Đáp ứng quá độ của hệ thống là đáp ứng đầu ra của hệ khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị $1(t)$.

Dựa vào đáp ứng quá độ, ta có thể tính được các thông số về chỉ tiêu chất lượng như: Sai số xác lập, độ quá điều chỉnh, thời gian quá độ, số lần dao động v.v...

Đối với hệ thống liên tục, việc xây dựng đáp ứng quá độ là tìm nghiệm của phương trình vi phân (phương pháp Runge Kutta) hoặc phương trình sai phân (Phương pháp Tustin) hoặc dùng các phương pháp gián tiếp (phương pháp hình thang), phương pháp đại số (toán tử Laplace), phương pháp mô phỏng,...

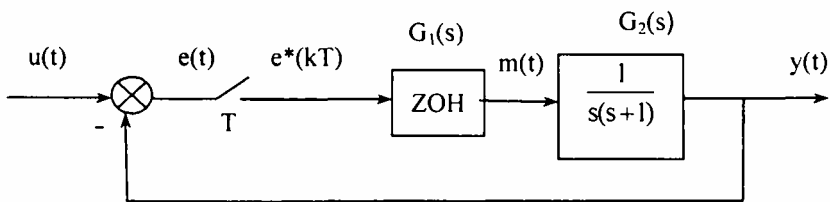
Thực tế cho thấy, tất cả các phương pháp phân tích đáp ứng quá độ và xác lập cho hệ liên tục đều có thể áp dụng cho hệ rời rạc.

Với phép biến đổi Z, đáp ứng thời gian trong hệ thống số là tín hiệu được lấy mẫu ở từng thời điểm T (s). Chất lượng động của hệ điều khiển số được đánh giá thông qua các nghiệm cực và nghiệm Zero của hàm số truyền trong mặt phẳng Z.

Sau đây, ta sẽ trình bày hai phương pháp xác định đáp ứng quá độ hệ điều khiển số là phương pháp biến trạng thái và phương pháp dùng biến đổi Z

3.4.2 Phương pháp biến trạng thái

Xét hệ điều khiển số có sơ đồ cấu trúc như hình 3.10.

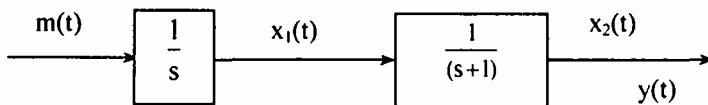


Hình 3.10: Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển số

Đối tượng, điều khiển có hàm truyền: $G_2(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ (3.13)

Ta có: $e(t) = u(t) - y(t)$

$e(kT) = u(kT) - y(kT)$



Hình 3.11: Sơ đồ cấu trúc đối tượng điều khiển

Phương trình trạng thái mô tả đối tượng điều khiển là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} m(t) \quad (3.14)$$

$$y(t) = x_2(t)$$

Nghiệm của phương trình trạng thái được xác định theo công thức:

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B m(0) d\tau \quad \text{Với } 0 \leq t \leq T \quad (3.15)$$

$$y(t) = [0 \ 1] X(t) \quad (3.16)$$

Trong đó: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Khi $t = T$ ta có:

$$X(t) = e^{AT} X(0) + \int_0^T e^{A(T-\tau)} B m(0) d\tau = \Phi(T) X(0) + \int_0^T e^{A(T-\tau)} B m(0) d\tau$$

Để tính tích phân ta đổi biến $t = T - \tau$

$$\int_0^T e^{A(T-\tau)} B d\tau = \int_0^T e^{At} B dt$$

$$\Phi(t) = e^{AT}$$

Phương trình trạng thái phân liên tục ở dạng rời rạc là:

$$X(k+1) = A_d X(k) + B_d m(k)$$

$$y(k) = C_d X(k)$$

$$A_d = \Phi(T)$$

trong đó: $B_d = \int_0^T \Phi(t) B dt$

$$C_d = C$$

Ma trận chuyển trạng thái được tính theo biến đổi Laplace ngược:

$$\Phi(t) = L^{-1}(SI - A)^{-1}$$

$$SI - A = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & s \end{bmatrix}$$

$$\det(SI - A) = (s+1)$$

$$\text{adj}(SI - A) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix}$$

$$(SI - A)^{-1} = \frac{\text{adj}(SI - A)}{\det(SI - A)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ \frac{1}{s(s+1)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

$$\Phi(t) = L^{-1}(SI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 1 - e^{-t} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_d = \Phi(T) \begin{bmatrix} e^{-T} & 0 \\ 1 - e^{-T} & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \int_0^T \phi(\tau) B d\tau = \int_0^T \begin{bmatrix} e^{-\tau} & 0 \\ 1 - e^{-\tau} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} 1 - e^{-T} \\ T - 1 + e^{-T} \end{bmatrix}$$

Phương trình trạng thái của đối tượng điều khiển ở dạng rời rạc là:

$$\mathbf{X}[(k+1)T] = \mathbf{A}_d \mathbf{X}(kT) + \mathbf{B}_d \mathbf{e}(kT)$$

$$\mathbf{y}(kT) = \mathbf{C}_d \mathbf{X}(kT)$$

$$\begin{bmatrix} x_1[(k+1)T] \\ x_2[(k+1)T] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-T} & 0 \\ 1 - e^{-T} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - e^{-T} \\ T - 1 + e^{-T} \end{bmatrix} \mathbf{e}(kT)$$

$$\mathbf{y}(kT) = x_2(kT)$$

$\mathbf{e}(kT) = \mathbf{y}(kT) - u(kT)$ thay vào (3) ta có:

$$\begin{bmatrix} x_1[(k+1)T] \\ x_2[(k+1)T] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-T} & 0 \\ 1 - e^{-T} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - e^{-T} \\ T - 1 + e^{-T} \end{bmatrix} [u(kT) - x_2(kT)]$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1[(k+1)T] \\ x_2[(k+1)T] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-T} & e^{-T} - 1 \\ 1 - e^{-T} & 2 - T - e^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 1 - e^{-T} \\ T - 1 + e^{-T} \end{bmatrix} u(kT) \\ y \\ (kT) = x_2(kT) \end{cases}$$

Hệ trên là hệ phương trình trạng thái của hệ thống kín rời rạc. Sau đây ta sẽ xét đáp ứng của hệ thống với 3 giá trị của chu kỳ cắt mẫu $T = 0,1$; 1 và 4 (s) Tín hiệu vào $u(kT) = 1$ (với $k = 0, 1, 2, 3, \dots$) với các điều kiện đầu là:

$$X_1(0) = 0; x_2(0) = 0$$

+ chu kỳ lấy mẫu $T = 0,1$ (s)

$$\begin{bmatrix} x_1[0,1(k+1)] \\ x_2[0,1(k+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,905 & -0,095 \\ 0,095 & 0,995 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0,1k) \\ x_2(0,1k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,095 \\ 0,005 \end{bmatrix}$$

$$y(0,1k) = x_2(0,1k)$$

Với $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ta xác định được dãy

$$\{y(0), y(0,1), y(0,2), y(0,3) \dots\} = \{0, 0,005, 0,019, 0,041, 0,071, 0,106, 0,146 \dots\}$$

+ chu kỳ lấy mẫu $T = 1$ (s)

$$\begin{bmatrix} x_1[(k+1)] \\ x_2[(k+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.368 & -0.632 \\ 0.632 & 0.632 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.632 \\ 0.368 \end{bmatrix}$$

$$y(k) = x_2(k)$$

Với $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ta xác định được dãy

$$\{y(0), y(1), y(2), y(3) \dots\} = \{0, 0.368, 1, 1.399, 1.349, 1.147, 0.894 \dots\}$$

+ Chu kỳ lấy mẫu $T = 4(s)$

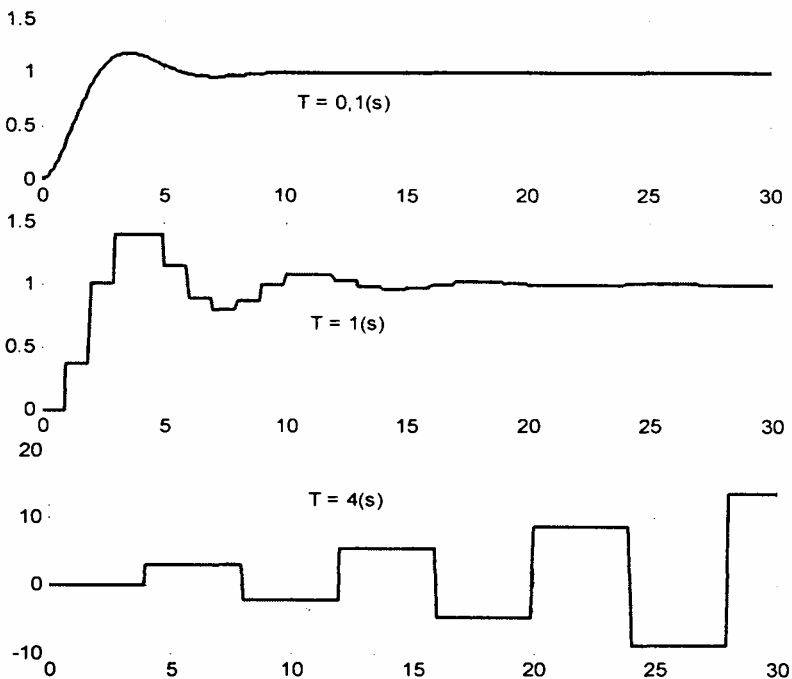
$$\begin{bmatrix} x_1[4(k+1)] \\ x_2[4(k+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0183 & -0.98 \\ 0.98 & 0.202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(4k) \\ x_2(4k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.98 \\ 3.02 \end{bmatrix}$$

$$y(4k) = x_2(4k)$$

với $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ta xác định được dãy

$$\{y(0), y(4), y(8), y(12) \dots\} = \{0, 3.02, -2.01, 5.34, -4.82, 8.6, -8.8 \dots\}$$

Các đường cong đáp ứng như hình 3.12.



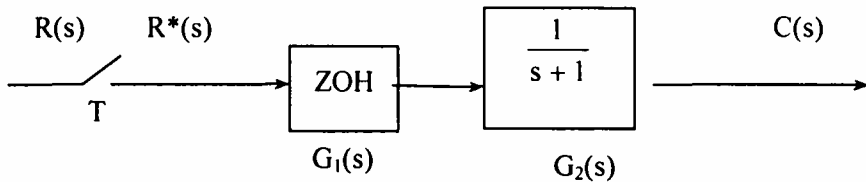
Hình 3.12: Đường cong đáp ứng của hệ điều khiển số

Ta thấy: Với chu kỳ lấy mẫu $T = 0.1$ (s) và $T = 1$ (s) hệ thống ổn định; với $T = 4$ (s) hệ thống không ổn định.

Vậy, chất lượng hệ thống số phụ thuộc mạnh vào chu kỳ lấy mẫu

3.4.3 Phương pháp biến đổi Z.

Xét hệ thống điều khiển số có sơ kết hợp giữa bộ lấy mẫu và khâu ZOH như hình vẽ



Hình 3.13: Sơ đồ kết hợp giữa bộ lấy mẫu và khâu ZOH

Ta sẽ áp dụng phép biến đổi Z để tìm đáp ứng quá độ của hệ đối với hàm bước nhảy và hàm dốc.

Giả thiết chu kỳ lấy mẫu $T = 1$ (s) hàm truyền của đối tượng là:

$$G_2(s) = \frac{1}{s+1} \quad (3.17)$$

Hàm truyền theo biến đổi S của khâu lưu giữ cấp 0 là:

$$G_1(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} = \frac{1 - e^{-s}}{s} \quad (T = 1) \quad (3.18)$$

Hàm truyền theo biến đổi S của hệ hở là:

$$G_1(s)G_2(s) = \frac{1 - e^{-s}}{s} \frac{1}{s+1} = (1 - e^{-s}) \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \right) \quad (3.19)$$

Tra bảng biến đổi Z ta được;

$$G_{12}(z) = G_1G_2(z) = (1 - Z^{-1}) \left(\frac{Z}{Z-1} - \frac{Z}{Z - e^{-1}} \right) = \frac{0.63}{Z - 0.37} \quad (3.20)$$

Với ảnh biến đổi Z ở đầu vào là $U(z)$ thì ảnh biến đổi Z ở đầu ra là:
 $y(z) = U(z) G_{12}(z)$

a) Khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị:

$$u(t) = 1(t) \text{ tra bảng được } U(z) = \frac{Z}{Z-1}$$

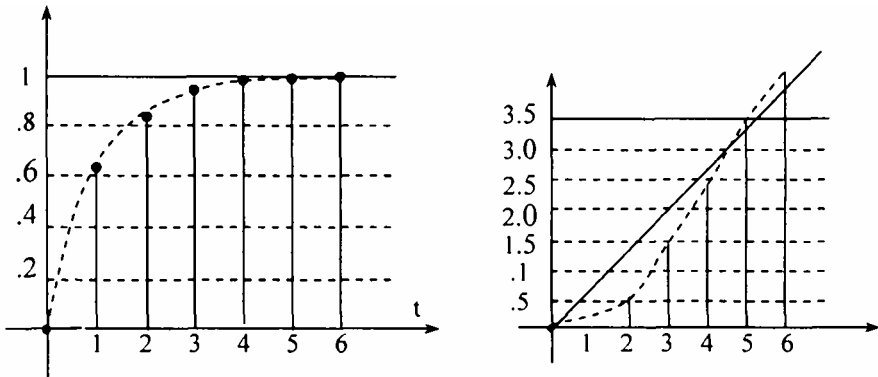
$$\text{Khi đó: } Y(z) = \frac{0,63Z}{(Z-1)(Z-0,37)} = \frac{0,63Z}{Z^2 - 1,37Z + 0,37}$$

Để tìm biến đổi Z ngược, ta khai triển $Y(z)$ thành chuỗi lũy thừa:

$$Y(z) = 0,63Z^{-1} + 0,86Z^{-2} + 0,95Z^{-3} + 0,98Z^{-4} + Z^{-5} + Z^{-6} + \dots$$

Tra bảng ta được hàm rời rạc ở đầu ra:

$$y^*(t) = 0,63\delta(t-1) + 0,86\delta(t-2) + 0,95\delta(t-3) + 0,98\delta(t-4) + \delta(t-5) + \delta(t-6) + \delta(t-7) + \delta(t-8) + \dots$$



Hình 3.14a,b: Đáp ứng quá độ đối với kích thích là hàm $1(t)$ và $t.1(t)$

b) Đầu vào là hàm dốc đơn vị: $u(t) = t.1(t)$

Tra bảng ta được $U(z) = \frac{TZ}{(Z-1)^2}$ Giả thiết chọn $T = 1(s)$

$$U(z) = \frac{Z}{(Z-1)^2} \text{ Thay vào biểu thức: } y(z) = U(z) \cdot G_{12}(z)$$

$$Y(z) = \frac{0.63Z}{(Z-1)^2(Z-0.37)}$$

Khai triển thành chuỗi lũy thừa ta được:

$$Y(z) = 0.63Z^{-2} + 1.5Z^{-3} + 2.45Z^{-4} + 3.43Z^{-5} + 4.4Z^{-6} + \dots$$

$$y^*(t) = y(k) = 0.63\delta(t-2) + 1.5\delta(t-3) + 2.45\delta(t-4) + 3.43\delta(t-5) + 4.4\delta(t-6) + \delta(t-7) + \delta(t-8) + \dots$$

Từ kết quả trên ta thấy, khâu ZOH có thể cho đáp ứng với sai số xác lập = 0 khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị và sai số xác lập khác không khi đầu vào là hàm dốc đơn vị.

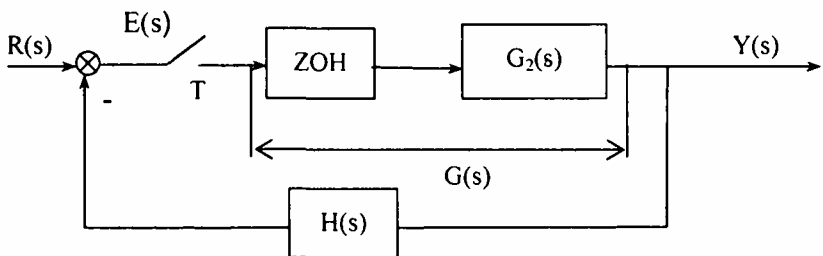
Ví dụ I: Xét hệ thống điều khiển số có sơ đồ cấu trúc như hình 3.15.

Biết hàm truyền của hệ kín là:

$$W_K(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + GH(z)}$$

Với $R(z)$ xác định, hãy tính đáp ứng ra theo 2 cách: - Biến đổi Z ngược và - Tra bảng biến đổi Z

Đáp ứng ra $y(kT)$ có thể xác định bằng các hệ số của Z^k Với $k = 1, 2, 3,$



Hình 3.15: Sơ đồ cấu trúc hệ ĐKS

⇒ **Chú ý:** $y(kT)$ chỉ chứa thông tin lấy mẫu của hàm liên tục $y(t)$ tại đúng thời điểm lấy mẫu. Nếu chu kỳ lấy mẫu lớn thì $y(kT)$ có thể không

mô tả đúng hàm liên tục $y(t)$.

Giả thiết hàm truyền của đối tượng điều khiển là:

$$G(s) = \frac{65250}{s(s + 361,2)}; H(s) = 1;$$

+ Chu kỳ lấy mẫu $T = 0,001$ (s) Hàm truyền biến đổi Z của vòng hở là:

$$G(z) = \frac{0,029Z + 0,0257}{Z^2 - 1,697Z + 0,697}$$

Hàm truyền của hệ kín là:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)} = \frac{0,029Z + 0,0257}{Z^2 - 1,668Z + 0,7226}$$

Với $R(z) = \frac{Z}{Z-1}$ là biến đổi Z của hàm $1(t)$

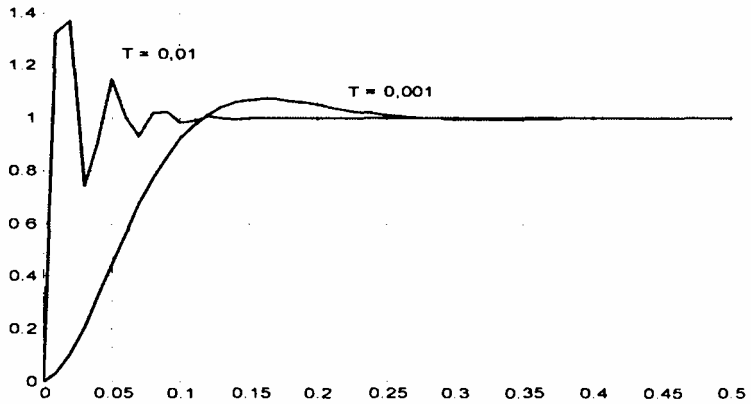
$$Y(z) = Y(z) = \frac{Z(0,029Z + 0,0257)}{(Z-1)(Z^2 - 1,668Z + 0,7226)}$$

$y(kT)$ nhận được bằng cách chia tử số cho mẫu số

+ Khi chu kỳ lấy mẫu tăng 10 lần ($T = 0,01$) hàm truyền biến đổi Z là:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)} = \frac{1,3198Z + 0,4379}{Z^2 + 0,2929Z + 0,4649}$$

Đặc tính quá độ ứng với các chu kỳ lấy mẫu khác nhau như hình vẽ.



Hình 3.16: Đặc tính quá độ ứng với các chu kỳ lấy mẫu khác nhau

So sánh 2 đồ thị ta thấy rằng, khi tăng chu kỳ lấy mẫu, hệ sẽ kém ổn định hơn. T càng nhỏ, đáp ứng của hệ càng gần tới đáp ứng thực.

Ví dụ 2: Cho $Y(z) = \frac{Z(Z+0,4)}{(Z-1)(Z-0,3)(Z-0,8)}$ Tính đáp ứng rời rạc $y(kT)$

+ Cách 1: Chia tử số cho mẫu số

$$Y(z) = Z^{-1} + 2,5Z^{-2} + 3,91Z^{-3} + 5,101Z^{-4} + \dots$$

$$y(kT) = \delta(t-1) + 2,5\delta(t-2) + 3,91\delta(t-3) + 5,101\delta(t-4) + \dots$$

+ Cách 2: Phân tích thành các phân thức đơn giản

$$Y(z) = Z \left[\frac{A}{Z-1} + \frac{B}{Z-0,3} + \frac{C}{Z-0,8} \right]$$

$$Y(z) = Z \left[\frac{10}{Z-1} + \frac{2}{Z-0,3} - \frac{12}{Z-0,8} \right]$$

Ta đã có $Z = e^{sT}$; $Z_1 = 0,3 = e^{-\alpha_1 T} \Rightarrow \alpha_1 = -\frac{1}{T} \ln Z_1 = -\frac{1}{T} \ln 0,3$

$$Z_2 = 0,8 = e^{-\alpha_2 T} \Rightarrow \alpha_2 = -\frac{1}{T} \ln Z_2 = -\frac{1}{T} \ln 0,8$$

Ta đã có: $Z^{-1} \left\{ \frac{Z}{Z-1} \right\} = 1(kT)$; $Z^{-1} \left\{ \frac{Z}{Z-e^{-\alpha T}} \right\} = e^{-\alpha T} 1(kT)$

Do đó: $Y(z) = \frac{10Z}{Z-1} + \frac{2Z}{Z-e^{-\alpha_1 T}} - \frac{12Z}{Z-e^{-\alpha_2 T}}$

$$y(kT) = 101(kT) + 2e^{-\alpha_1 T} 1(kT) - 12e^{-\alpha_2 T} 1(kT) \quad \text{Với } k = 1, 2, 3, \dots$$

$$y(kT) = 0, 1, 2,5, 3,91, 5,101, \dots$$

+ Cách 3: Dùng cho bài toán phức tạp có dạng tổng quát:

$$Y(z) = \frac{Z(Z+0,4)}{(Z-1)(Z-0,3)(Z-0,8)} = \frac{Z^2 + 0,4Z}{Z^3 - 2,1Z^2 + 1,34Z - 0,24}$$

$$= \frac{Z^{-1} + 0,4Z^{-2}}{1 - 2,1Z^{-1} + 1,34Z^{-2} - 0,24Z^{-3}}$$

$$(1 - 2,1Z^{-1} + 1,34Z^{-2} - 0,24Z^{-3})Y(z) = Z^{-1} + 0,4Z^{-2}$$

$$y(k) = y(kT) = 2,1y(k-1) - 1,34y(k-2) + 0,24y(k-3) + \delta(k-1) + 0,4\delta(k-2)$$

trong đó: $y(i) = 0$ với $i < 0$

$$\delta(i) = \begin{cases} 0 & \text{khi } i \neq 0 \\ 1 & \text{khi } i = 0 \end{cases}$$

Ta tính được các hệ số $y(i)$ khi $i = 1, 2, 3, \dots$

$$Y(0) = 0$$

$$Y(1) = 1$$

$$y(2) = 2,1 y(1) + 0,4 = 2,5$$

$$y(3) = 2,1 y(2) - 1,34y(1) = 3,91$$

$$y(4) : 2,1 y(3) - 1,34y(2) + 0,24y(1) = 5,101$$

Ví dụ 3: Cho $Y(z) = \frac{Z}{Z-1} \frac{0,1}{Z^2 - 1,3Z + 0,4}$ ($T = 1s$)

Sai số xác lập bằng 5%. Hãy tính thời gian quá độ.

$$Y(z) = \frac{Z}{Z-1} - \frac{1,67 Z}{Z-0,8} + \frac{0,672 Z}{Z-0,5}$$

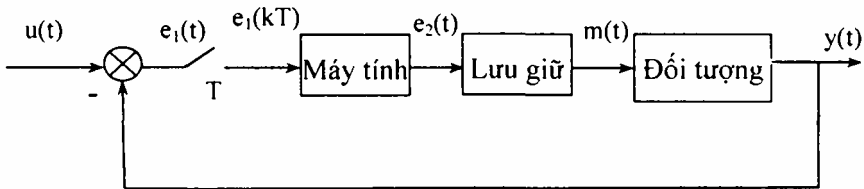
$$y(kT) = 1 - 1,67 \cdot (0,8)^k + 0,67 \cdot (0,5)^k \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

Với $k = 15$ ta có $y(kT) = 0,95$

Vậy thời gian quá độ là: $t_{qd} = 15T = 15(s)$

3.5. PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CÓ MÁY TÍNH SỐ

Khi sử dụng máy tính để điều khiển quá trình, ta thực hiện được nhiều thuật toán điều khiển phức tạp, do đó chất lượng điều khiển được nâng cao. Do vậy nó được sử dụng ngày càng rộng rãi. Sơ đồ hệ điều khiển có máy tính số như hình 3.17.



Hình 3.17: Sơ đồ hệ điều khiển có máy tính số

Có hai kỹ thuật để phân tích hệ thống điều khiển có máy tính số: Kỹ thuật biến trạng thái và kỹ thuật hàm số truyền.

3.5.1. Kỹ thuật hiện trạng thái

Phương trình của máy tính số là phương trình sai phân có dạng tổng quát:

$$e_2(kT) = b_0 e_1(kT) + b_1 e_1(k-1)T + \dots + b_n e_1(k-n)T - a_1 e_2(k-1)T - a_2 e_2(k-2)T - \dots - a_n e_2(k-n)T \quad (3.21)$$

trong đó: $e_1(kT)$ là tín hiệu vào của máy tính số; $e_2(kT)$ là tín hiệu ra của máy tính số. kT là các thời điểm rời rạc với thời gian lấy mẫu T .

Chuyển phương trình sai phân về phương trình trạng thái ta được:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1)T \\ x_2(k+1)T \\ \dots \\ x_n(k+1)T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k)T \\ x_2(k)T \\ \dots \\ x_n(k)T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} e_1(kT)$$

$$e_2(kT) = [b'_1 \quad b'_2 \quad \dots \quad b'_n] \begin{bmatrix} x_1(k)T \\ x_2(k)T \\ \dots \\ x_n(k)T \end{bmatrix} + b_0 e_1(kT)$$

Với $b'_j = b_j - b_0 a_j$ ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)

Ví dụ 1: Có phương trình sai phân sau:

$$y(k) = -2y(k-1) + 0,5y(k-2) - 0,2y(k-3) + 0,5u(k) - 0,4u(k-1) + 0,1u(k-2)$$

Ở đây: $a_1 = 2$; $a_2 = -0,5$; $a_3 = 0,2$; $b_0 = 0,5$; $b_1 = -0,4$; $b_2 = 0,1$

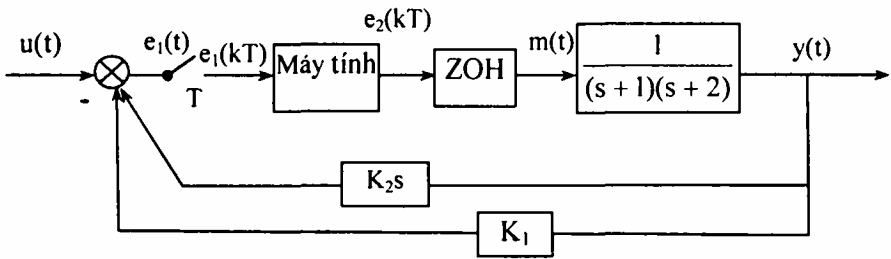
Hệ phương trình trạng thái là:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0,5 & -0,2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [-1,4 \quad 0,35 \quad 0,1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + 0,5u(k)$$

Ví dụ 2: Cho hệ thống điều khiển bằng máy tính có sơ đồ như hình 3.18. biết phương trình sai phân mô tả luật điều khiển trong máy là:

$$e_2(kT) = 1,2e_1(kT) - 0,4e_1((k-1)T) - 0,25e_2((k-1)T)$$



Hình 3.18: Cấu trúc một hệ thống điều khiển có máy tính số

Từ phương trình sai phân, ta có phương trình trạng thái:

$$x_3((k+1)T) = -0,25x_3(kT) + e_1(kT)$$

$$e_2(kT) = -0,7x_3(kT) + 1,2e_1(kT)$$

Phương trình trạng thái của đối tượng điều khiển là liên tục tương ứng với hàm số truyền: $W_{dt} = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$ là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} m(t)$$

$$y(t) = x_2$$

Từ hệ phương trình trạng thái liên tục, ta có phương trình trạng thái rời rạc:

$$\begin{bmatrix} x_1((k+1)T) \\ x_2((k+1)T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e^{-T} + 2e^{-2T} & -2e^{-T} + 2e^{-2T} \\ e^{-T} - 2e^{-2T} & 2e^{-T} - 2e^{-2T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}e^{-T} - \frac{1}{2}e^{-2T} \\ \frac{1}{2}e^{-T} + \frac{1}{2}e^{-2T} \end{bmatrix} m(kT)$$

Hai kênh phản hồi âm có hàm số truyền là k_1 và K_{2s}

$$e_1(t) = u(t) - K_1y(t) - K_2\dot{y}(t)$$

Từ phương trình trạng thái đối tượng điều khiển ta có:

$$y(t) = x_2; \quad \dot{y}(t) = x_1$$

$$\text{Suy ra: } e_1(kT) = u(kT) - K_1x_2(kT) - K_2x_1(kT)$$

Kết hợp các phương trình ta xác định được hệ phương trình trạng thái của hệ thống có máy tính số. Để đơn giản biểu thức trên trước hết ta viết lại:

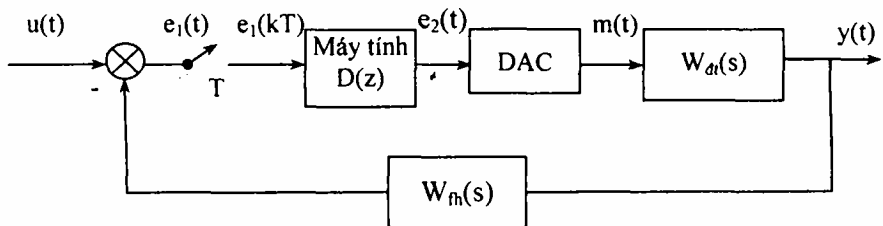
$$\begin{bmatrix} x_1((k+1)T) \\ x_2((k+1)T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} m(kT)$$

$$\begin{bmatrix} x_1((k+1)T) \\ x_2((k+1)T) \\ x_3((k+1)T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - 1,2b_1K_2 & a_{12} - 1,2b_1K_2 & -0,1b_1 \\ a_{21} - 1,2b_2K_2 & a_{22} - 1,2b_2K_2 & -0,1b_2 \\ -K_2 & -K_1 & -0,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \\ x_3(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,2b_1 \\ 1,2b_2 \\ 1 \end{bmatrix} u(kT)$$

Từ hệ phương trình trạng thái của hệ thống, ta có thể tính và vẽ được các đáp ứng trạng thái $x_1(kT)$; $x_2(kT)$; $x_3(kT)$

3.5.2 Dùng hàm truyền biến đổi Z

Xét hệ thống điều khiển số như hình 3.19:



Hình 3.19: Sơ đồ hệ thống điều khiển số

Ứng với phương trình sai phân của máy tính ta có hàm truyền đạt

biến đổi Z là:

$$D(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} \quad (3.22)$$

Biến đổi Z của tín hiệu ra là:

$$Y(z) = D(z)Z \{W_{LG} W_{DT}\} E(z) \quad (E(z) = E_1(z)) \quad (3.23)$$

Biến đổi Z của tín hiệu phản hồi là:

$$F(z) = D(z)Z \{W_{lg} W_{dt} W_{fh}\} E(z) \quad (3.24)$$

$$E(z) = U(z) - F(z) \quad (3.25)$$

Từ (3.24) và (3.25) ta có:

$$E(z) = \frac{U(z)}{1 + D(z)Z \{W_{lg} W_{dt} W_{fh}\}} \quad (3.26)$$

Thay vào (3.23) ta có hàm truyền của hệ kín có máy tính số:

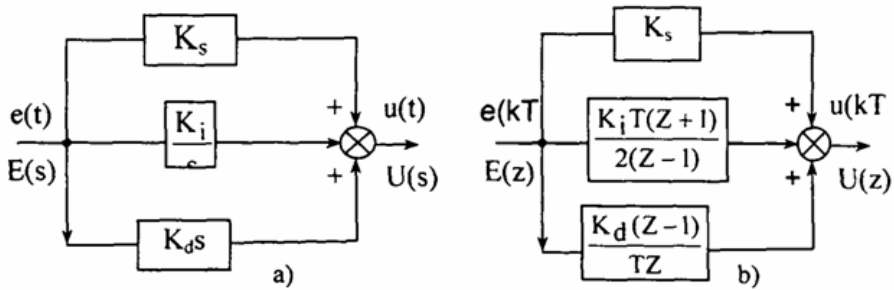
$$W_K(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{D(z)Z \{W_{lg} W_{dt}\}}{1 + D(z)Z \{W_{lg} W_{dt} W_{fh}\}} \quad (3.27)$$

Từ đó ta có thể xét ổn định hệ thống và tính quá trình quá độ.

3.6 BỘ ĐIỀU KHIỂN PID SỐ

Ta đã biết bộ điều khiển PID tương tự bao gồm 3 khâu:

- Khâu tỉ lệ có hàm truyền K
- Khâu tích phân có hàm truyền $\frac{K_i}{s}$
- Khâu vi phân có hàm truyền $K_d s$



Hình 3.20a,b: Cấu trúc PID tương tự và PID số

Trên cơ sở đó ta cũng có bộ điều khiển PID số như hình vẽ.

Đối với khâu tích phân số, có nhiều cách thực hiện.

ví dụ theo phương pháp tích phân hình thang ta có hàm truyền biến đổi Z là:

$$\frac{K_i T(Z+1)}{2(Z-1)} \quad (3.28)$$

Khâu vi phân có thể xấp xỉ:

$$\left. \frac{de(t)}{dt} \right|_{t=T} \approx \frac{e(kT) - e((k-1)T)}{T} \quad (3.29)$$

Chuyển sang biến đổi Z ta được:
$$\frac{K_d(Z-1)}{TZ} \quad (3.30)$$

Hàm truyền của PID số là:

$$W_{PID} = K_s + \frac{K_i T(Z+1)}{2(Z-1)} + \frac{K_d(Z-1)}{TZ} \quad (3.31)$$

$$W_{PID} = \frac{(K_i T^2 + 2K_d + 2K_s T)Z^2 + (K_s T^2 - 2K_s T - 4K_d)Z + 2K_d}{2TZ(Z-1)}$$

Ví dụ: Cho hệ thống điều khiển số có hàm truyền đạt của đối tượng là:

$$W_{dt} = \frac{10}{(s+1)(s+2)} \text{ Khâu lưu giữ bậc 0 có } W_{lg} = \frac{1-e^{-Ts}}{s}$$

Hàm truyền đạt biến đổi z của hệ thống hở là:

$$Z\{W_{lg}W_{dt}\} = \frac{0,0453(Z+0,904)}{(Z-0,905)(Z-0,819)} \quad (T=0,1s)$$

Hàm truyền đạt hệ kín khi không có PID là:

$$W_0(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,0453(Z+0,904)}{Z^2 - 1,679Z + 0,782}$$

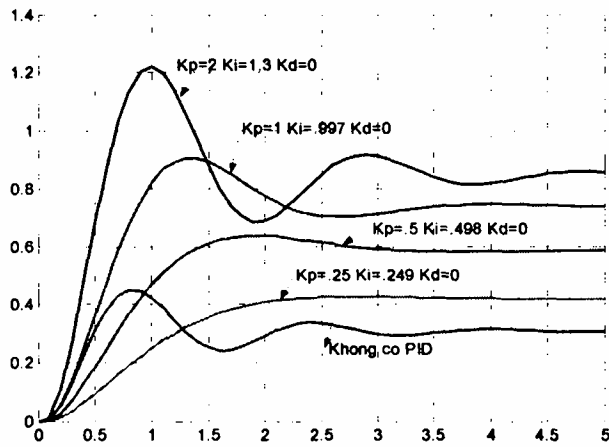
Nếu có thêm PID với $K_p = 1$; $K_i = 0,997$; $K_d = 0$ thì hàm truyền của bộ điều khiển PID là:

$$W_{PID} = 1,0499 \frac{Z-0,905}{Z-1}$$

Khi đó hàm truyền của hệ hở bao gồm PID; HOLD, DT là:

$$W_h(z) = 1,0499 \frac{(Z-0,905)}{(Z-1)} \frac{0,0453(Z+0,904)}{(Z-0,905)(Z-0,819)} = \frac{0,0476(Z+0,904)}{(Z-1)(Z-0,819)}$$

Ta có thể xác định được hàm truyền của hệ thống kín ứng với bộ điều khiển PID. Hình dưới là đặc tính quá độ khi không có PID và khi có PID với các giá trị khác nhau.



Hình 3.21: Các đặc tính quá độ khi có và không có PID với các thông số khác nhau của PID

CHƯƠNG IV TỔNG HỢP HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1 TÍNH ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC VÀ QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ

4.1.1 Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống tuyến tính liên tục

Hệ thống được gọi là điều khiển được nếu với một tác động vào ta có thể chuyển trạng thái của hệ thống từ trạng thái ban đầu t_0 đến trạng thái cuối t_1 trong một thời gian hữu hạn.

Hệ thống được gọi là quan sát được nếu với các tọa độ đo được ở biến ra y_i của hệ, ta có thể khôi phục lại trạng thái x_1 trong khoảng thời gian hữu hạn.

a) Tính điều khiển được

Định lý: Một hệ thống tuyến tính hệ số hằng mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n : $\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$ được gọi là điều khiển được hoàn toàn, khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n

$$P = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] \quad \text{Rank}(P) = n \quad (4.1)$$

b) Tính quan sát được

Định lý: Một hệ thống tuyến tính hệ số hằng mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) \end{cases} \quad (4.2)$$

được gọi là quan sát được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau có hạng bằng n .

$$L = [C', A'C', (A')^2C', \dots, (A')^{n-1}C'] \quad \text{Rank}(L) = n \quad (4.3)$$

4.1.2 Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống điều khiển số

Giả thiết hệ điều khiển số được mô tả bởi hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} X(k+1) = A_d X(k) + B_d U(k) \\ Y(k) = C_d X(k) \end{cases} \quad (4.4)$$

trong đó: $X(k+1)$, $X(k)$ là các vector n chiều

A_d là ma trận $n \times n$

a) Tính điều khiển được

Hệ thống số được gọi là điều khiển được nếu ta tìm được vector điều khiển $U(k)$ để chuyển hệ thống từ trạng thái ban đầu bất kỳ đến trạng thái cuối bất kỳ trong một khoảng thời gian giới hạn.

Vậy ta cần tìm điều kiện để xác định được tác động điều khiển nhằm chuyển hệ thống từ trạng thái $X(0)$ đến trạng thái cuối $X(n)$ đã cho.

Viết lại hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} x(1) = A_d x(0) + B_d u(0) \\ x(2) = A_d x(1) + B_d u(1) = A_d^2 x(0) + A_d B_d u(0) + B_d u(1) \\ \dots \\ x(n) = A_d x(n-1) + B_d u(n-1) = A_d^n x(0) + A_d^{n-1} B_d u(0) + \dots + B_d u(n-1) \end{cases}$$

Hay:

$$x(n) - A_d^n x(0) = \begin{bmatrix} A_d^{n-1} B_d & A_d^{n-2} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \dots \\ u(n-1) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

vì A_d , $X(0)$, $x(n)$ đã biết nên vế trái của phương trình là xác định, suy ra nghiệm duy nhất $u(i)$ chỉ tồn tại khi ma trận sau đây có hạng bằng n .

$$M = \begin{bmatrix} A_d^{n-1} B_d & A_d^{n-2} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \quad \text{Rank}(M) = n \quad (4.6)$$

b) Tính quan sát được

Hệ thống số được gọi là quan sát được nếu theo các số liệu đã đo được ở đầu ra $y(k)$ ta có thể xác định được trạng thái $x(k)$ của nó.

Thật vậy, từ phương trình ra: $Y(k) = C_d X(k)$ ta viết lại:

$$\begin{cases} y(0) = C_d x(0) \\ y(1) = C_d x(1) = C_d A_d x(0) \\ \dots \\ y(n-1) = C_d A_d^{n-1} x(0) \end{cases} \quad (4.7)$$

Viết cách khác:

$$[y'(0) \ y'(1) \ \dots \ y'(n-1)] = x'(0) \left[C'_d \quad A'_d C'_d \ \dots \ (A'_d)^{n-1} C'_d \right] \quad (4.8)$$

Vì $y(k)$ đã biết nên nghiệm duy nhất $x(0)$ tồn tại khi ma trận sau có hạng bằng n

$$N = [C'_d \ A'_d C'_d \ \dots \ (A'_d)^{n-1} C'_d] \quad \text{Rank}(N) = n \quad (4.9)$$

Ví dụ 4.1:

Cho hệ thống điều khiển số được mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,00123 \\ 0,00488 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Ta có các ma trận:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,951 \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} 0,00123 \\ 0,00488 \end{bmatrix} \quad C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Theo tiêu chuẩn điều khiển được của Kalman ta tính được.

$$M = [A_d B_d \quad B_d]$$

$$\text{Với: } A_d B_d = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,951 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,00123 \\ 0,00488 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00361 \\ 0,00464 \end{bmatrix}$$

$$M = [A_d B_d \quad B_d] = \begin{bmatrix} 0,00361 & 0,00123 \\ 0,00464 & 0,00488 \end{bmatrix}$$

Ta thấy: $\det(M) \neq 0 \Rightarrow \text{Rank}(M) = 2$. Vậy, hệ thống điều khiển được hoàn toàn.

Để khảo sát tính quan sát được của hệ thống, ta tính ma trận:

$$N = [C'_d \quad A'_d C'_d]. \text{ Trong đó: } C_d = [1 \quad 0] \Rightarrow C'_d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A'_d C'_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,488 & 0,951 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,488 \end{bmatrix}$$

$$N = [C'_d \quad A'_d C'_d] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0,488 \end{bmatrix} \quad \det(N) = 0,488 \neq 0 \Rightarrow \text{Rank}(N) = 2$$

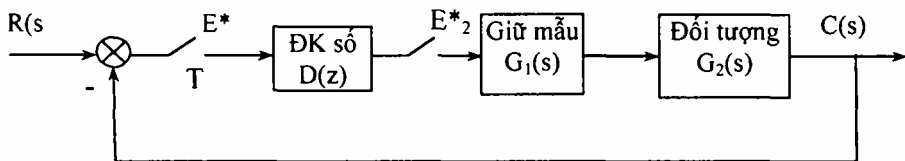
Vậy, hệ thống quan sát được hoàn toàn.

4.2 PHƯƠNG PHÁP RAGAZZINI

4.2.1. Khái niệm

Phương pháp RAGAZZINI là phương pháp hữu hiệu để thiết kế hệ điều khiển số. Vì nó cho phép xác định trực tiếp hàm truyền $D(z)$ của bộ điều khiển số.

Xét hệ ĐKS có sơ đồ như hình 4. 1



Hình 4.1: Sơ đồ cấu trúc hệ điều khiển số

Bộ điều khiển số dùng để tính chuỗi số ở đầu ra $e^*_2(t)$ theo chuỗi số đầu vào $e^*_1(t)$ theo một quy luật nào đó. Bộ ĐKS có thể là các khâu hiệu chỉnh tích cực hay thụ động. Khi $D(z)$ là khâu hiệu chỉnh tích cực, ta dễ dàng chọn được hàm ổn định hoá nào đó nhằm đạt chỉ tiêu chất lượng yêu cầu.

Giả thiết bộ ĐKS là tuyến tính có quan hệ vào/ra là:

$$a_0 e_1(kT) + a_1 e_1((k-1)T) + a_2 e_1((k-2)T) + \dots + a_n e_1((k-n)T) = b_0 e_2(kT) + b_1 e_2((k-1)T) + b_2 e_2((k-2)T) + \dots + b_m e_2((k-m)T) \quad (4.10)$$

Chuyển sang biến đổi Z ta được:

$$E_1(z) [a_0 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n}] = E_2(z) [b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m}] \quad (4.11)$$

Hàm truyền biến đổi Z của bộ điều khiển số là:

$$D(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{a_0 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}}{b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + b_m Z^{-m}} \quad (4.12)$$

Hàm số truyền của hệ thống kín là:

$$W(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)} \quad (4.13)$$

Trong đó $G(z) : Z\{G_1(s)G_2(s)\}$

Từ đó rút ra:

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{W(z)}{1 - W(z)} \quad (4.1)$$

Nhiệm vụ của bộ ĐKS là loại bỏ những điểm cực và điểm zero không mong muốn của hệ thống chưa hiệu chỉnh và thay vào đó là các cực và zero làm cho hệ thống có đáp ứng theo yêu cầu thiết kế.

4.2.2. Nội dung phương pháp

Có hai phương pháp thiết kế bộ điều khiển số:

a) Phương pháp 1: Dựa vào biểu thức (4.14) $W(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)}$

Khi đó $D(z)$ được thiết kế sao cho loại bỏ những điểm cực và điểm zero không mong muốn của $G(z)$. Nghĩa là, các nghiệm zero của $D(z)$ là các nghiệm các nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng Z của $G(z)$. Và ngược lại, các cực của $D(z)$ là các zero nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng Z của $G(z)$.

Phương pháp này đơn giản về lý thuyết song khó áp dụng trong thực tế vì khi thay đổi một lượng nhỏ các thông số của $D(z)$ đều làm cho $G(z)$ có thể có cực hay zero nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị.

b) *Phương pháp 2*: Dựa vào biểu thức (4.14) $D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{W(z)}{1 - W(z)}$

Các điểm cực và zero nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị của $G(z)$ có thể được loại bỏ bằng đặc tính $(1 - W(z))$ và $W(z)$. Để thiết kế theo phương pháp này cần tuân thủ bốn nguyên tắc sau:

1. Hàm truyền $W(z)$ của hệ kín phải có các zero là tất cả các zero nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị của $G(z)$.

2. $1 - W(z)$ phải có các zero là tất cả các cực nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị của $G(z)$.

3. Để thực hiện được về mặt vật lý, $D(z)$ không nên có cực ở vô cùng khi Z tiến đến vô cùng. Nếu $G(z)$ có zero ở vô cùng thì $W(z)$ cũng phải có zero tại đó để đề phòng $D(z)$ có nghiệm cực tại vô cùng.

Ví dụ: $W(z) =$ (nghiệm zero nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị của $G(z)$) * $(K_1 z^{-1} + K_2 z^{-2} + \dots)$ với $K_1; K_2$ là các hằng số cần tìm.

4. $W(z)$ được xác định sao cho sai số xác lập bằng không.

Giả thiết hàm đầu vào có dạng:

$$R(z) = \frac{A(z)}{(1 - z^{-1})^m} \quad (4.15)$$

$A(z)$ là đa thức của z^{-1} và không có các thừa số của $(1 - z^{-1})^{-1}$. Tùy thuộc giá trị của m mà $R(z)$ có thể là hàm bước nhảy đơn vị, hàm dốc...

Ta có $E_1(z) = R(z) - C(z)$

Thay $C(z) = W(z)R(z)$ ta có:

$$E_1(z) = R(z) [1 - W(z)]$$

Theo định lý về giới hạn:

$$e_1(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(1 - Z^{-1}) R(z) (1 - W(z)) \right]$$

Biến đổi ta được:

$$e_1(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(1 - Z^{-1}) \frac{A(z)}{(1 - Z^{-1})^m} (1 - W(z)) \right]$$

Để thấy rằng sai số xác lập bằng 0 khi $(1 - W(z))$ thỏa mãn quan hệ:

$$1 - W(z) = (1 - Z^{-1})^m F(z)$$

Với $F(z)$ là hàm số chưa xác định của các đa thức theo biến Z^{-1} . Dạng tổng quát của $F(z)$ là:

$$F(z) = 1 + \gamma_1 Z^{-1} + \gamma_2 Z^{-2} + \gamma_3 Z^{-3} + \dots \quad (4.16)$$

(γ_j là các hằng số cần tìm)

Với $F(z) = 1$ được gọi là hàm đáp ứng mẫu thử cực tiểu. Tuy nhiên, hàm mẫu thử này chỉ có thể được dùng khi $W(z)$ không có zero nào nằm trên hay ngoài vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng Z

+ Nếu $m = 1 \Rightarrow$ đáp ứng của hệ thống có sai số xác lập bằng 0 khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị.

+ Nếu $m = 2 \Rightarrow$ đáp ứng của hệ thống có sai số xác lập bằng 0 khi đầu vào là hàm bậc 1.

Mặt khác khi hệ sử dụng mẫu thử cực tiểu, đáp ứng của hệ thống có sai số xác lập bằng 0 khi đầu vào là các hàm bậc thấp hơn.

c) Một số ví dụ:

+ **Ví dụ 4.2:** $G(s) = 1/P$; $T = l(s)$; khâu lưu giữ là ZOH

Thiết kế $D(z)$

$$\text{Ta có } G(s) = G_1(s)G_2(s) = \frac{1 - e^{-s}}{s} \frac{1}{s} = \frac{1 - e^{-s}}{s^2}$$

Biến đổi Z ta được:

$$G(z) = \frac{Z^{-1}}{1 - Z^{-1}} = \frac{1}{Z - 1}$$

Ta thấy $G(z)$ là hàm bậc 1 có thêm các không cho phép tại $Z = 1$. Áp dụng nguyên tắc 1 và 3 ta có: $W(z) = K_1 Z^{-1}$

Giả thiết sai số xác lập bằng 0 khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị đơn vị áp dụng nguyên tắc 4 ta có: $1 - W(z) = (1 - Z^{-1})F(z)$

Để có mẫu thử cực tiêu thì $F(z)$ phải bằng 1

$$\Rightarrow 1 - W(z) = 1 - Z^{-1}$$

Thay $W(z) = K_1 Z^{-1}$ vào $[1 - W(z) = 1 - Z^{-1}]$ Ta có:

$$1 - K_1 Z^{-1} = 1 - Z^{-1} \Rightarrow K_1 = 1 \text{ Do đó } W(z) = Z^{-1}$$

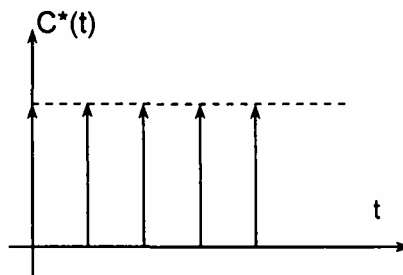
Hàm truyền của bộ điều khiển số là:

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{W(z)}{1 - W(z)} = \frac{1 - Z^{-1}}{Z - 1} \frac{Z^{-1}}{1 - Z^{-1}} = 1$$

* Đáp ứng của hệ khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị là:

$$C(z) = W(z)R(z) = \frac{Z^{-1}}{1 - Z^{-1}} = Z^{-1} + Z^{-2} + Z^{-3} + \dots \quad (4.16)$$

$$C^*(t) = \delta(t-1) + \delta(t-2) + \delta(t-3) + \dots$$



Hình 4.2: Sơ đồ đáp ứng của hệ khi đầu vào là hàm nấc

Ví dụ 4.3: Thiết kế bộ điều khiển số khi đối tượng là khâu tích phân

kép

* **Thiết kế D(z)**

$$\text{Ta có } G(s) = G_1(s)G_2(s) = \frac{1 - e^{-s}}{s} \frac{1}{s^2} = \frac{1 - e^{-s}}{s^3}$$

Biến đổi Z ta được:

$$G(z) = \frac{1 + (z^{-1})z^{-1}}{2(1 - z^{-1})^2} = \frac{z + 1}{2(z - 1)^2}$$

$G(z)$ có 1 điểm zero tại $Z = -1$ và 2 điểm cực tại $Z = 1$. Áp dụng nguyên tắc 1, 3 và dựa vào biểu thức trên ta xác định được hàm truyền của hệ thống kín:

$$W(z) = (1 + Z^{-1})(K_1Z^{-1} + K_2Z^{-2})$$

Giả sử sai số xác lập = 0 khi đầu vào là hàm dốc và ta muốn loại bỏ 2 cực của $G(z)$ tại $Z = 1$.

Từ nguyên tắc 2 và 4 ta có quan hệ: $1 - W(z) = (1 - Z^{-1})^2 F(z)$

Theo nguyên tắc 4 ta thấy rằng đáp ứng của hệ có sai số xác lập = 0 khi đầu vào là hàm dốc đơn vị. Tuy nhiên $F(z)$ không phải là hàm đáp ứng "mẫu thử các tiêu" vì $W(z)$ có zero nằm trên vòng tròn đơn vị.

Theo định nghĩa $F(z)$ là hàm chưa xác định của các đa thức theo biến Z^{-1}

$$1 - W(z) = (1 - Z^{-1})^2 F(z) (1 + \gamma_1 Z^{-1} + \gamma_2 Z^{-2} + \gamma_3 Z^{-3} + \dots)$$

Ta có:

$$\begin{aligned} 1 - W(z) &= 1 - (1 + Z^{-1})(K_1Z^{-1} + K_2Z^{-2}) \\ &= (1 - Z^{-1})^2 (1 + \gamma_1 Z^{-1} + \gamma_2 Z^{-2} + \gamma_3 Z^{-3} + \dots) \end{aligned}$$

Từ biểu thức ta thấy: bậc lớn nhất của biến đổi Z ngược ở vế trái là 3.

Do đó $F(z)$ chỉ có thể là: $1 + \gamma_1 Z^{-1}$ ($\gamma_2, \gamma_3 \dots = 0$)

Đồng nhất 2 vế của ta có:

$$Z^3: \Rightarrow -K_2 = \gamma_1$$

$$Z^2: \Rightarrow K_1 + K_2 = -1 - 2\gamma_1$$

$$Z^1: \Rightarrow K_1 = 2 - \gamma_1$$

Từ đó ta được: $K_1 = 1,25$; $K_2 = -0,75$; $\gamma_1 = 0,75$

Thay K_1, K_2, γ_1 vào (2) và (4) ta được:

$$1 - W(z) = (1 - Z^{-1})(1 + 0,75Z^{-1})$$

$$W(z) = (1 - Z^{-1}) (1,25Z^{-1} - 0,75Z^{-2})$$

Sau khi biến đổi ta được:

$$D(z) = \frac{2(1 - Z^{-1})^2 (1 + Z^{-1})(1,25Z^{-1} - 0,75Z^{-2})}{(1 + Z^{-1})Z^{-1} (1 - Z^{-1})^2 (1 + 0,75Z^{-1})}$$

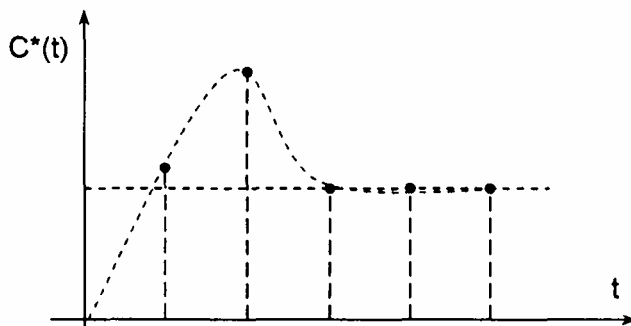
$$D(z) = \frac{2,5 - 1,5Z^{-1}}{1 + 0,75Z^{-1}}$$

* Đáp ứng khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị đơn vị

Thay $R(z), W(z)$ vào biểu thức của $C(z) = R(z)W(z)$ ta được:

$$C(z) = \frac{1,25Z^{-1} + 0,5Z^{-2} - 0,75Z^{-3}}{1 - Z^{-1}} = 1,25Z^{-1} + 1,75Z^{-2} + Z^{-3} + Z^{-4} + \dots$$

$$C^*(t) = 1,25\delta(t-1) + 1,75\delta(t-2) + \delta(t-3) + \delta(t-4) + \dots$$



Hình 4.3,a: Sơ đồ đáp ứng của hệ khi đầu vào là hàm nấc đơn vị

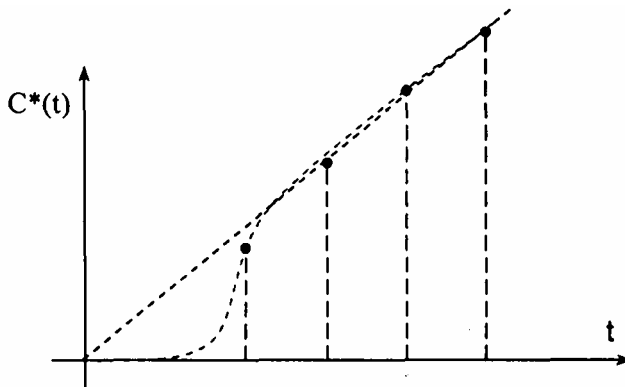
* **Đáp ứng hệ thống khi đầu vào là hàm dốc đơn vị**

$$R(z) = \frac{TZ^{-1}}{(1-Z^{-1})^2} = \frac{Z^{-1}}{(1-Z^{-1})^2} \quad (T=1)$$

Thay vào biểu thức của $C(z)$ ta có:

$$C(z) = \frac{2,5Z^{-2} + Z^{-3} - 1,57Z^{-4}}{2 - 4Z^{-1} + 2Z^{-2}} = 1,25Z^{-2} + 3Z^{-3} + 4Z^{-4} + 5Z^{-5} + \dots$$

$$C^*(t) = 1,25\delta(t-2) + 3\delta(t-3) + 4\delta(t-4) + 5\delta(t-5) + \dots$$



Hình 4.3,b: Sơ đồ đáp ứng của hệ khi đầu vào là hàm dốc đơn vị

So sánh hai hình vẽ ta thấy, khi đầu vào là hàm dốc thì đáp ứng bằng phẳng hơn so với đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị. Khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị thì độ quá điều chỉnh là 75% \Rightarrow Không đảm bảo yêu cầu chất lượng. Bậc của đầu vào càng thấp thì độ quá điều chỉnh càng cao.

* **Phương pháp giảm độ quá điều chỉnh**

Qua mục trên ta thấy rằng, khi bậc của tín hiệu vào nhỏ hơn bậc của tín hiệu vào được thiết kế thì độ quá điều chỉnh tăng. Để giảm độ quá điều chỉnh trong trường hợp này, ta đưa vào hệ thống một số hạng có hệ số "Staleness". Khi đó, đáp ứng của hệ thống sẽ được "mềm hoá" khi đầu vào thay đổi trong một phạm vi rộng.

Số hạng được thêm vào có dạng:

$$W_s(z) = \frac{W(z)}{(1 - CZ^{-1})^N}$$

$W(z)$ là hàm truyền gốc của hệ thống, $W_s(z)$ là hàm truyền của hệ thống khi đã thêm vào số hạng "staleness". C là hằng số "Staleness".

Để hệ thống vẫn ổn định thì C biến thiên trong khoảng $(-1) \rightarrow 1$. N là số mũ có giá trị dương bất kỳ, theo một số tác giả đề nghị lấy $N = 1$.

Giá trị của C được chọn dựa vào quy trình phân tích tối ưu hoặc bằng cách thử.

Ta thấy rằng, khi $C \rightarrow 1$ thì độ quá điều chỉnh tăng lên, khi $C \rightarrow 0$ độ quá điều chỉnh giảm xuống.

Thật vậy, xét hệ điều khiển số cho đối tượng là khâu tích phân kép, bằng cách thêm khâu phụ có $C = 0,3$, khi đó số hạng được thêm vào là:

$$1 - 0,3Z^{-1}$$

$$W_s(z) = \frac{(1 - Z^{-1})(K_1 Z^{-1} + K_2 Z^{-2})}{1 - 0,3Z^{-1}}$$

$$1 - W_s(z) = \frac{(1 - Z^{-1})^2 (1 + \gamma_1 Z^{-1} + \gamma_2 Z^{-2} + \dots)}{1 - 0,3Z^{-1}}$$

$$1 - \frac{(1 - Z^{-1})(K_1 Z^{-1} + K_2 Z^{-2})}{1 - 0,3Z^{-1}} = \frac{(1 - Z^{-1})^2 (1 + \gamma_1 Z^{-1} + \gamma_2 Z^{-2} + \dots)}{1 - 0,3Z^{-1}}$$

Đồng nhất hai vế phương trình trên ta có:

$$K_1 = 1,025; K_2 = 0,675; \gamma_1 = 0,675; \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = \dots = 0$$

$$\text{Do đó: } W_s(z) = \frac{(1 + Z^{-1})(1,025Z^{-1} - 0,675Z^{-2})}{1 - 0,3Z^{-1}}$$

$$1 - W_s(z) = \frac{(1 + Z^{-1})(1Z^{-1} - 0,675Z^{-1})}{1 - 0,3Z^{-1}}$$

Từ đó ta có hàm truyền biến đổi Z của bộ ĐKS là:

$$\begin{aligned}
 D(z) &= \frac{1}{G(z)} \frac{W(z)}{1 - W(z)} \\
 &= \frac{z(1 - z^{-1})^2}{(1 + z^{-1})z^{-1}} \frac{(1 + z^{-1})(1z^{-1} - 0,675 z^{-1})}{(1 - z^{-1})^2(1 + 0,675 z^{-1})} \\
 &= \frac{2,05 - 1,35 z^{-1}}{1 + 0,675 z^{-1}}
 \end{aligned}$$

So sánh với $D(z)$ trong trường hợp trước ta thấy chúng có dạng giống nhau.

Vì vậy việc đưa thêm số hạng có hệ số C có thể được thực hiện bằng cách lập trình lại bộ ĐKS mà không đòi hỏi thêm một thiết bị phức tạp nào khác.

+ Đáp ứng của hệ thống khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị đơn vị

$$\text{Ta có : } C(z) = W_s(z).R(z) = W_s(z) \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

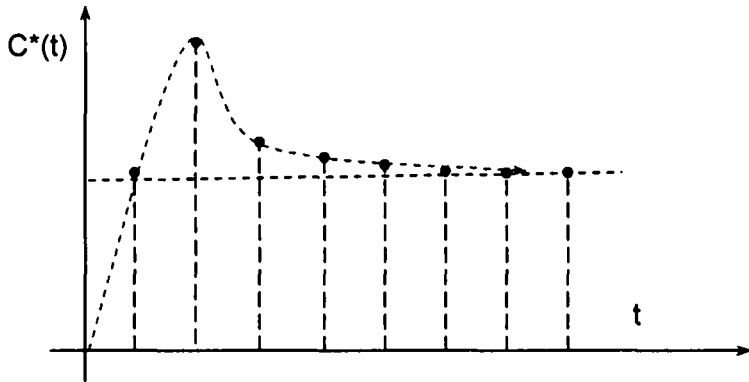
Thay $W_s(z)$ vào biểu thức trên ta có:

$$C(z) = \frac{1,025z^{-1} + 0,35z^{-2} - 0,67z^{-3}}{1 - 1,3z^{-1} + 0,3z^{-2}}$$

Khai triển thành chuỗi lũy thừa:

$$C(z) = 1,025z^{-1} + 1,68z^{-2} + 1,2z^{-3} + 1,07z^{-4} + 1,02z^{-5} + 1,01z^{-6} + z^{-7} + z^{-8} + \dots$$

$$\begin{aligned}
 C^*(t) &= 1,025\delta(t-1) + 1,68\delta(t-2) + 1,2\delta(t-3) + 1,07\delta(t-4) + 1,02\delta(t-5) \\
 &+ 1,01\delta(t-6) + \delta(t-7) + \delta(t-8) + \dots
 \end{aligned}$$



Hình 4.4,a: Sơ đồ đáp ứng của hệ khi đầu vào là hàm nấc đơn vị

So sánh với hình vẽ trước ta thấy, độ quá điều chỉnh giảm từ 75% đến còn 68%. Bằng cách thay đổi C từ - 1 đến 1, ta có thể tìm được giá trị tối ưu

+ Đáp ứng của hệ thống khi đầu vào là hàm dốc đơn vị

Ta có :
$$R(z) = \frac{Z^{-1}}{(1 - Z^{-1})^2}$$

$$C(z) = W_s(z).R(z) = W_s(z) \frac{Z^{-1}}{(1 - Z^{-1})^2}$$

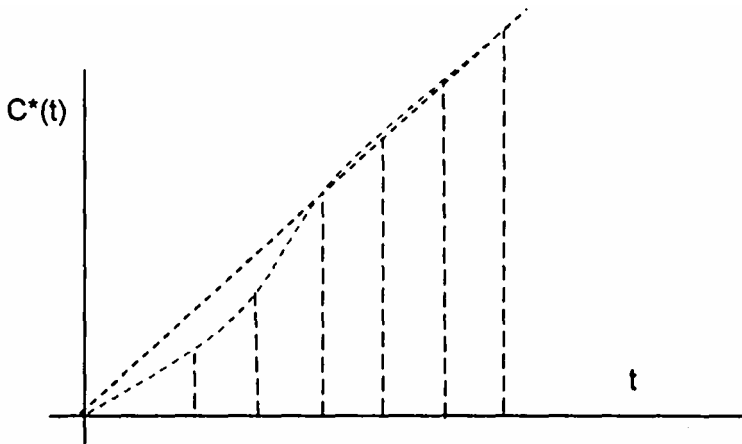
Thay $W_s(z)$ vào ta có:

$$C(z) = \frac{1,025Z^{-2} + 0,35Z^{-3} - 0,67Z^{-4}}{1 - 2,3Z^{-1} + 1,6Z^{-2} - 0,3Z^{-3}}$$

Khai triển thành chuỗi lũy thừa:

$$C(z) = 1,025Z^{-2} + 2,71Z^{-3} + 3,93Z^{-4} + 5Z^{-5} + 6Z^{-6} + 7Z^{-7} + 8Z^{-8} + \dots$$

$$C(z) = 1,025\delta(t-2) + 2,71\delta(t-3) + 3,93\delta(t-4) + 5\delta(t-5) + 6\delta(t-6) + 7\delta(t-7) - 8\delta(t-8) + \dots$$



Hình 4.4,b: Sơ đồ đáp ứng của hệ khi đầu vào là hàm dốc đơn vị

Khi sử dụng C đã làm tăng thời gian quá độ đối với đầu vào là hàm dốc. Tuy nhiên, nó vẫn được sử dụng để giảm độ quá điều chỉnh trong trường hợp đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị.

4.3 SỬ DỤNG ĐỒ THỊ BODE ĐỂ PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ HỆ THỐNG

1. Khái niệm

Ta đã biết, đồ thị Bode ở dạng liên tục, chúng không thể trực tiếp dùng cho hệ rời rạc được vì có quan hệ: $Z = e^{Ts}$. Bằng phép biến đổi trung gian ta có thể đưa hệ rời rạc về tương tự như hệ liên tục trong khoảng

$$-j\frac{\omega_0}{2} \rightarrow j\frac{\omega_0}{2}.$$

Tuy nhiên, phép biến đổi này còn tồn tại một nhược điểm là khi chu kỳ lấy mẫu tiến tới 0 ($T \rightarrow 0$) thì y không tiến tới s . Để khắc phục nhược điểm này ta sử dụng phép biến đổi tuyến tính mở rộng:

$$Z = \frac{2/T + w}{2/T - w} = \frac{1 + T/2 w}{1 - T/2 w} \quad (4.17)$$

$$\text{Hay } w = \frac{2 Z - 1}{T Z + 1} \quad (4.18)$$

Khi đó: $T \rightarrow 0$ thì:

$$w|_{T \rightarrow 0} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{2 Z - 1}{T Z + 1} = \frac{2}{T} \lim_{T \rightarrow 0} \frac{e^{sT} - 1}{e^{sT} + 1} \quad (4.19)$$

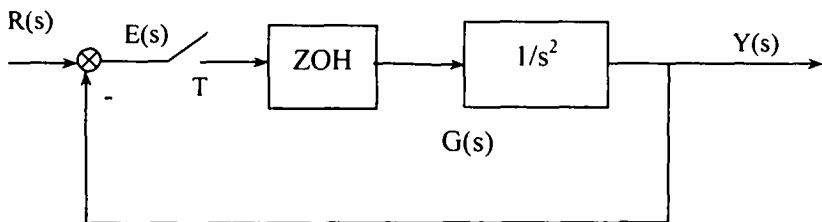
$$= \frac{2}{T} \lim_{T \rightarrow 0} \frac{sT + \frac{(sT)^2}{2!} + \dots}{2 + sT + \frac{(sT)^2}{2!} + \dots} \rightarrow s \quad (4.20)$$

Bằng phép biến đổi Z và phép biến đổi W , dải cơ bản của nửa trái mặt phẳng S chuyển thành phía trong vòng tròn đơn vị trong mặt phẳng Z và sau đó chuyển thành nửa trái mặt phẳng W .

Khi s thay đổi từ $0 \rightarrow j \frac{\omega_0}{2}$ dọc theo trục $j\omega$ trong mặt phẳng S thì W sẽ thay đổi từ $0 \rightarrow j\infty$ dọc theo trục $j\theta$ trong mặt phẳng W . Tần số ảo trong mặt phẳng W là jw .

Sau khi biến đổi $G(z)$ thành $G(w)$ và thay $W = jw$, ta có thể sử dụng biểu đồ BODE thông thường để phân tích hàm truyền theo W .

Ví dụ 4.4: Xét hệ thống như hình vẽ:



Hình 4.5: Sơ đồ cấu trúc của đồ thị BODE

$$G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{1}{s^2}$$

$$G(z) = (1 - Z^{-1})Z \frac{1}{s^3} = \frac{Z-1}{Z} \frac{T^2}{2} \frac{Z(Z+1)}{(Z-1)^3} = \frac{T^2}{2} \frac{Z+1}{(Z-1)^2}$$

Sử dụng phép biến đổi $W = \frac{2}{T} \frac{Z-1}{Z+1}$ $Z = \frac{1 + T/2 w}{1 - T/2 w}$ ta có:

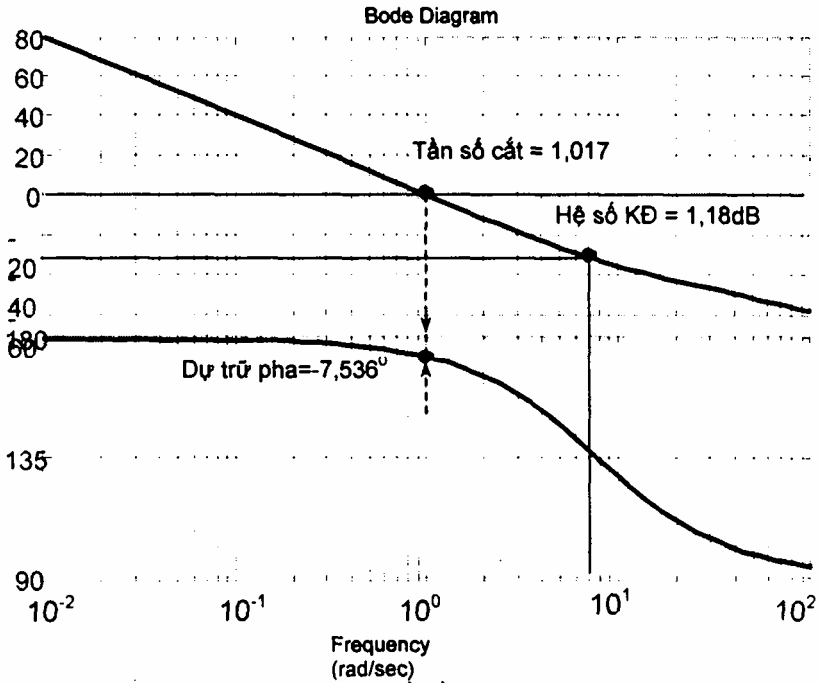
$$G(w) = \frac{T^2}{2} \frac{\left(\frac{1 + T/2 w}{1 - T/2 w} \right)^{+1}}{\left[\left(\frac{1 + T/2 w}{1 - T/2 w} \right)^{-1} \right]^2}$$

$$G(w) = \frac{1 - \frac{W}{2/T}}{W^2} = \frac{1 - W/7,69}{W^2} \quad (T = 0,26\text{sec})$$

Thay $W = jv$ vào phương trình trên ta có: $G(jv) = \frac{1 - jv/7,69}{(jv)^2}$

Ta thấy, hệ thống có 1 điểm zero nằm bên phải mặt phẳng W sinh ra do lấy mẫu và do khâu ZOH, nghiệm này là hàm của chu kỳ lấy mẫu T . Tuy nghiệm này làm cho pha của hệ thống âm hơn nhưng nó cũng làm cho độ dốc biên độ tăng $+20\text{dB/dec}$ tại tần số lớn hơn tần số gãy của nó.

Đồ thị Bode như hình 4.6, hệ có tần số cắt $v = 1,017\text{rad/s}$ và hệ không ổn định với độ dự trữ pha bằng $-7,536^\circ$

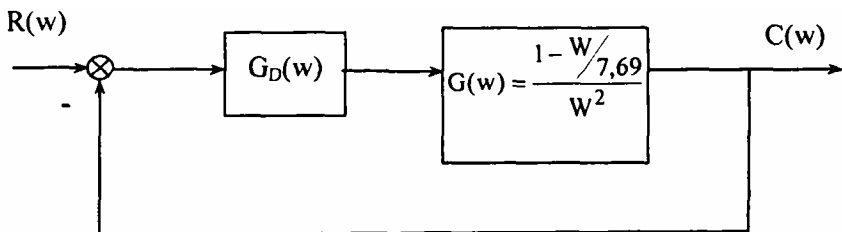


Hình 4.6: Sơ đồ đồ thị BODE

2. Trình tự thiết kế

Để cho hệ thống ổn định ta thêm vào hệ thống khâu sớm pha $G_D(W)$ + các Chỉ tiêu thiết kế

- Tần số cắt: 7rad/s
- Độ dự trữ pha: cỡ 35°
- Độ dự trữ biên độ: cỡ 3dB



Hình 4.7: Sơ đồ cấu trúc hệ thống

+ Các bước:

- Thêm 1 nghiệm zero tại tần số 1rad/s trước tần số cắt 7rad/s , vì độ dốc ban đầu của đồ thị Bode là -40dB/dec . Khâu sớm pha $G_D(w)$ có nghiệm cực tại tần số lớn hơn tần số cắt 7rad/s rất nhiều.

- Từ hình vẽ ta thấy: tại tần số cắt mong muốn (7rad/s) biên độ của hệ thống chưa hiệu chỉnh là $-31,18\text{dB}$. Do đó, biên độ của khâu hiệu chỉnh tại tần số 7rad/s phải bằng $31,18$ để hệ thống được hiệu chỉnh có tần số cắt 7rad/s .

- Bằng phương pháp chọn và thử ta thấy rằng nếu đặt nghiệm cực của khâu hiệu chỉnh tại tần số 100rad/s thì độ dự trữ về pha là $35,330$ và độ dự trữ về biên độ là $3,399\text{dB}$. Những thông số này gần với yêu cầu thiết kế và có thể chấp nhận được.

Ta có hàm số truyền của khâu hiệu chỉnh:

$$G_D(w) = K \frac{1 + jv}{1 + 0,01jv} \quad (4.21)$$

Vì biên độ của $G_D(W)$ tại tần số 7rad/s là $31,18$ nên :

$$\left| G_D(jv) \right|_{v=7} = 20 \lg \left(K \frac{\sqrt{1+v^2}}{\sqrt{1+(0,1v)^2}} \right) \Bigg|_{v=7\text{rad/s}} = 31,18 \quad (4.22)$$

Từ đó tính được $K = 5,14$, hàm truyền của khâu sớm pha là:

$$G_D(w) = 5,14 \frac{1 + jv}{1 + 0,01jv} \quad (4.23)$$

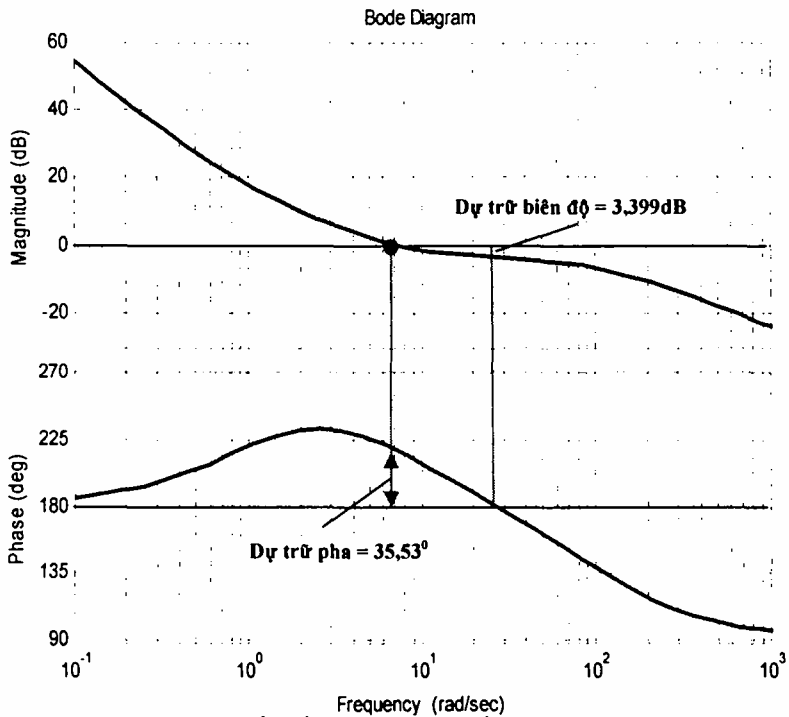
Hàm truyền của hệ thống đã được hiệu chỉnh là:

$$G_D(jv)G(jv) = 5,14 \frac{1 + jv}{1 + 0,01jv} \frac{(1 - jv/7,69)}{(jv)^2} \quad (4.24)$$

Biểu đồ Bode của hệ thống đã hiệu chỉnh như hình 4.8.

Như vậy: bằng phép biến đổi W , ta đã biến đường tròn đơn vị trong mặt phẳng Z thành nửa bên trái của mặt phẳng W . Mặt khác mặt phẳng W và mặt phẳng S tương tự như nhau nên ta có thể dùng các khái niệm

về dự trữ biên độ, dự trữ góc pha để thiết kế hệ điều khiển số tương tự như hệ liên tục



Hình 4.8: Biểu đồ Bode của hệ thống đã hiệu chỉnh

4.4 THIẾT KẾ BÙ

4.4.1. Khái niệm về hiệu chỉnh

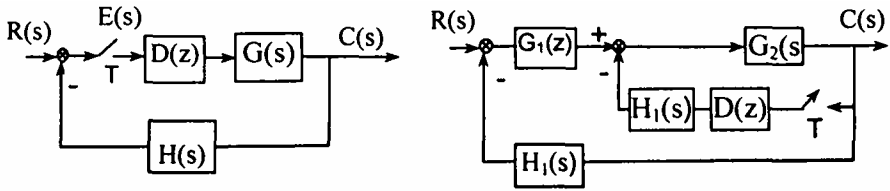
Xét hệ ĐKS có hàm truyền hệ kín là:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)H(z)} \quad (4.25)$$

Phương trình đặc tính là của hệ là:

$$1 + D(z)G(z)H(z) = 0.$$

Trong đó ta có thể coi $D(z)$ là bộ bù, hay bộ hiệu chỉnh.



Hình 4.10: Sơ đồ cấu trúc bộ thiết kế bù

Thông thường, bộ hiệu chỉnh được mắc nối tiếp với đối tượng (hình a), đôi khi nó cũng được mắc trong vòng hồi tiếp con. Khi đó, ta gọi là hiệu chỉnh song song.

Để thiết kế bộ bù trong miền tần số bằng cách sử dụng đồ thị Bode, ta phải chuyển $D(z)$ sang $D(w)$ thông qua phép biến đổi: $Z = \frac{1 + T/2^w}{1 - T/2^w}$

Trước hết ta xét các bộ bù bậc nhất, hàm truyền biến đổi Z của nó có dạng:

$$D(z) = \frac{K_d(Z - Z_0)}{(Z - Z_s)} \tag{4.26}$$

Hàm truyền trong miền W cũng là bậc nhất:

$$D(w) = a_0 \frac{\left(1 + \frac{W}{\omega_{w0}}\right)}{\left(1 + \frac{W}{\omega_{wp}}\right)} \tag{4.27}$$

trong đó: ω_{w0} là nghiệm zero, ω_{ws} là nghiệm cực trong mặt phẳng w .

Hệ số khuếch đại một chiều tìm được bằng cách thay $Z = 1$ vào công thức (4.26) hoặc $W = 0$ vào (4.27)

Chuyển (4.27) sang biến đổi Z ta có:

$$D(z) = a_0 \frac{1 + \frac{w}{\omega_{w0}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}} \bigg|_{w = \frac{2Z-1}{T Z+1}}$$

$$D(z) = a_0 \frac{\omega_{wp}(\omega_{w0} + (2/T))}{\omega_{w0}(\omega_{wp} + (2/T))} \frac{Z - \frac{(2/T) - \omega_{w0}}{(2/T) + \omega_{w0}}}{Z - \frac{(2/T) - \omega_{wp}}{(2/T) + \omega_{wp}}} \quad (4.28)$$

So sánh (4.28) với (4.26) ta rút ra:

$$K_d = a_0 \frac{\omega_{wp}(\omega_{w0} + (2/T))}{\omega_{w0}(\omega_{ws} + (2/T))} \quad (4.29)$$

$$Z_0 = \frac{(2/T) - \omega_{w0}}{(2/T) + \omega_{w0}}; \quad Z_s = \frac{(2/T) - \omega_{ws}}{(2/T) + \omega_{ws}} \quad (4.30)$$

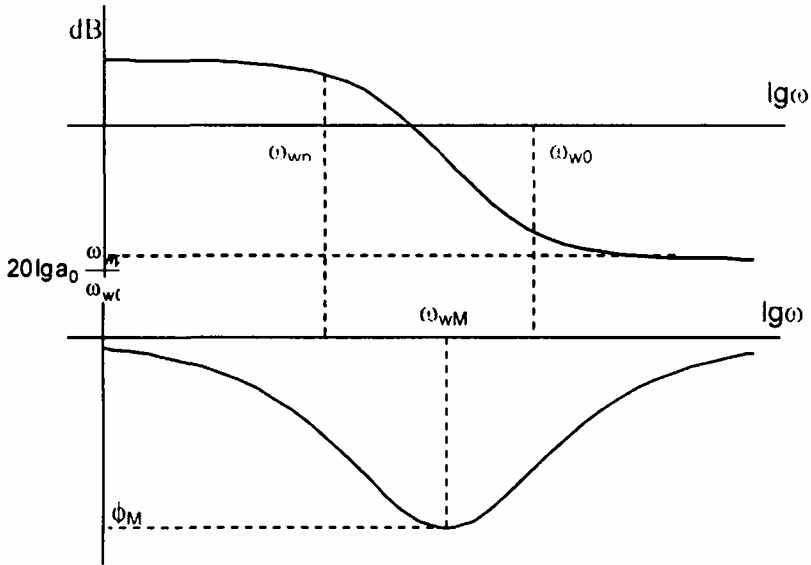
Dựa vào mối quan hệ giữa là nghiệm zero ω_{w0} và nghiệm các ω_{ws} mà ta phân loại bộ bù:

- + Nếu $\omega_{w0} > \omega_{ws}$ ta có bù trễ pha
- + Nếu $\omega_{w0} < \omega_{ws}$ ta có bù sớm pha

4.4.2. Thiết kế bù trễ pha

Hàm truyền của bộ bù trễ pha là:

$$D(w) = a_0 \frac{\left(1 + \frac{W}{\omega_{w0}}\right)}{\left(1 + \frac{W}{\omega_{ws}}\right)} \quad \text{với } \omega_{w0} > \omega_{ws} \quad (4.31)$$



Hình 4.11: Biểu đồ đáp ứng tần số của bộ bù trễ pha

$D(z)$ làm giảm hệ số khuếch đại ở tần số cao so với tần số thấp và làm trễ pha. Mặt khác, $D(z)$ làm cho hệ thống có khuynh hướng dẫn đến trạng thái không ổn định.

Đáp ứng tần số biểu thị góc pha âm, hệ số khuếch đại 1 chiều là a_0 và độ khuếch đại ở tần số cao là: $20 \lg a_0 \frac{\omega_{wp}}{\omega_{w0}}$; độ dịch pha cực đại là ϕ_M có giá trị trong khoảng $0 \rightarrow 90^\circ$ tùy thuộc tỉ số ω_{w0}/ω_{ws}

Vậy, sự trễ pha làm cho hệ thống có khuynh hướng dẫn đến trạng thái không ổn định (Biểu đồ Nايquist hướng về phía điểm -1)

Cần phải chọn tần số gãy ω_{w0} và ω_{ws} sao cho sự trễ pha làm cho đáp ứng tần số $G(j\omega)$ không cắt lân cận $-\pi$.

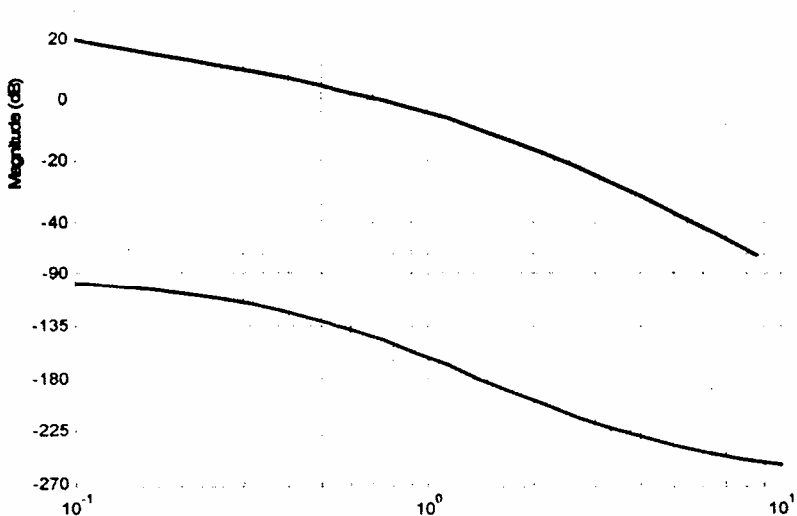
trong đó:

$$G(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-PT}}{s} G(s) \right\}_{Z = \frac{1+T/2W}{1-T/2W}} \quad (4.32)$$

Để hệ thống ổn định thì bộ lọc phải có hệ số khuếch đại giảm ở lân

cận $-\pi$ nên ω_{w0} và ω_{ws} cần phải nhỏ hơn $\omega_{-\pi}$.

Khi thêm bộ trễ pha, độ dự trữ về pha và biên độ đều tăng, làm tăng độ ổn định tương đối. Mặt khác, hệ số khuếch đại tần số thấp giảm xuống nên sai số xác lập và độ nhạy tần số thấp không tăng, làm tăng độ ổn định tương đối, dải thông giảm làm đáp ứng thời gian chậm hơn.



Hình 4.12: Biểu đồ bộ thiết kế bù trễ pha

Từ hình vẽ ta thấy, nếu giữ ω_{w0} và $a_0\omega_{wp}$ không đổi, nhưng tăng a_0 và giảm ω_{wp} thì độ dự trữ ổn định giữ nguyên, tuy nhiên hệ số khuếch đại vòng hở ở tần số thấp tăng dẫn đến hệ số khuếch đại vòng kín ở tần số thấp xấp xỉ 1, cải tiến đáp ứng xác lập. Chú ý rằng với hệ thống đã cho, việc thêm đặc tính trễ pha có thể đẩy đặc tuyến pha dưới đường thẳng $-\pi$, hệ ổn định có điều kiện.

* Các bước thiết kế bù trễ pha

Giả thiết bộ bù có hệ số khuếch đại một chiều là a_0 (được xác định từ đặc tính của hệ thống), độ dự trữ pha mong muốn là Φ_m ta cần thực hiện theo các bước sau:

+ Xác định tần số cắt ω_{w1} sao cho góc pha của $G(j\omega)$ xấp xỉ $(-180^\circ + \Phi_m + 5^\circ)$. Tại tần số này có độ dự trữ pha là Φ_m .

+ Chọn $\omega_{w0} = 0,1 \omega_{w1}$ để tại ω_{w1} ta có trễ pha ít nhất (trễ pha = 5°)

+ Tại tần số ω_{w1} có $|D(j\omega_{w1})G(j\omega_{w1})| = 1$ vì hệ số khuếch đại bù

ở tần số cao là $a_0 \frac{\omega_{ws}}{\omega_{w0}}$ ta có: $a_0 \frac{\omega_{ws}}{\omega_{w0}} = \frac{1}{|G(j\omega_{w1})|}$

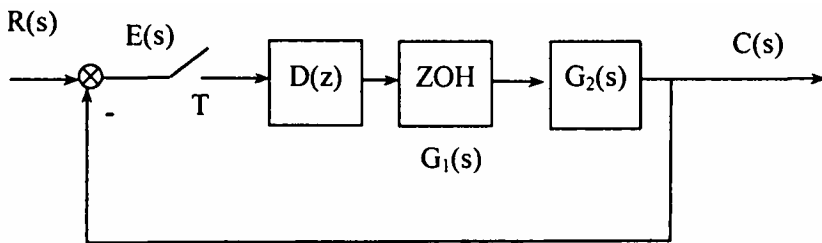
Giải ra ta được:

$$\omega_{ws} = \frac{0,1\omega_{w1}}{a_0|G(j\omega_{w1})|} \quad (4.33)$$

Thiết kế theo độ khuếch đại một chiều, nghiệm cực, nghiệm zero của bù đã biết.

Khi đã biết ω_{w0} và ω_{ws} ta suy ra $D(z)$ theo công thức:

$$D(z) = a_0 \frac{\omega_{ws}(\omega_{w0} + (2/T))}{\omega_{w0}(\omega_{ws} + (2/T))} \frac{z - \frac{(2/T) - \omega_{w0}}{(2/T) + \omega_{w0}}}{z - \frac{(2/T) - \omega_{ws}}{(2/T) + \omega_{ws}}} \quad (4.34)$$



Hình 4.13: Sơ đồ cấu trúc bộ bù sớm pha theo độ khuếch đại một chiều, nghiệm cực, nghiệm zero

Trong trường hợp $D(z)$ không bằng 1...

Ví dụ 4.5: Hệ điều khiển động cơ servo có sơ đồ cấu trúc như hình vẽ, giả thiết hàm truyền của thiết bị điều khiển là: $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(0,5s+1)}$

Ta thấy hằng số thời gian nhanh nhất bằng $0,5(s)$ nên ta chọn chu kỳ lấy mẫu $T = 1/10$ (Hằng số thời gian nhanh nhất) $= 1/10 \cdot 0,5 = 0,05(s)$.

$$G(z) = \frac{Z-1}{Z} Z \left\{ \frac{1}{s^2(s+1)(0,5s+1)} \right\}$$

$$G(z) = \frac{Z-1}{Z} Z \left\{ \frac{1}{s^2} - \frac{1,5}{s} + \frac{2}{s+1} - \frac{0,5}{s+2} \right\}$$

$$G(z) = \frac{Z-1}{Z} \left(\frac{0,005Z}{(Z-1)^2} - \frac{1,5Z}{Z-1} + \frac{2Z}{Z+0,9512} - \frac{0,5Z}{Z-0,9048} \right)$$

Đáp ứng tần số của hệ được tính bằng máy và cho trong bảng 4. 1.

Giả thiết ta muốn thiết kế bộ bù trễ pha có hệ số khuếch đại một chiều = 1, độ dự trữ pha = 55⁰.

Theo bảng ta có tại tần số $\omega_{w1} = 0,36$ góc pha của $G(j\omega_w)$ là $-120,5^0$, $|G(j\omega_{w1})| \approx 2,57$. Theo bước 2 ta chọn $\omega_{w0} = 0,1 \omega_{w1} = 0,36$

$$\omega_{ws} = \frac{0,1\omega_{w1}}{a_0|G(j\omega_{w1})|} = \frac{0,036}{1,2,57} = 0,0140$$

Thay vào biểu thức của D(z) ta có:

$$D(z) = a_0 \frac{\omega_{ws}(\omega_{w0} + (2/T))}{\omega_{w0}(\omega_{ws} + (2/T))} \frac{Z - \frac{(2/T) - \omega_{w0}}{(2/T) + \omega_{w0}}}{Z - \frac{(2/T) - \omega_{ws}}{(2/T) + \omega_{ws}}}$$

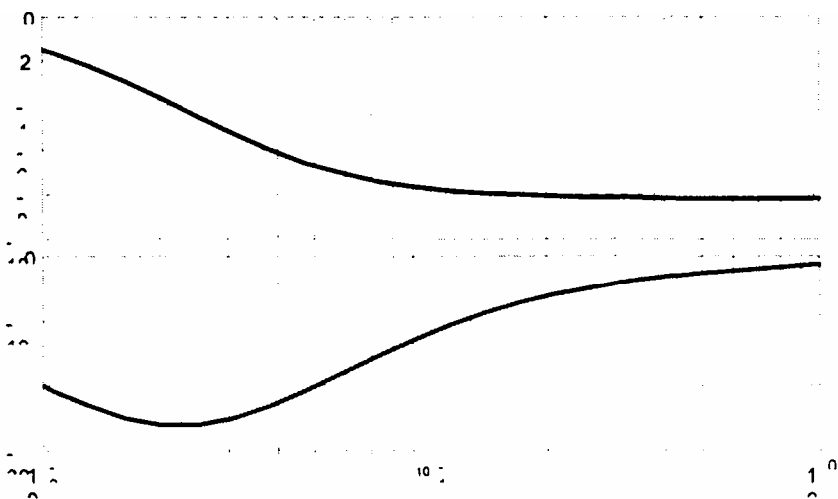
$$D(z) = \frac{0,3891(Z - 0,998202)}{(Z - 0,9993)} = \frac{0,3891Z - 0,3884}{Z - 0,9993}$$

Bảng 4.1

ω	$Ge^{j\omega T}$	$ Ge^{j\omega T} (dB)$	$\angle Ge^{j\omega T}$	ω_w
0,010	100,0	40,0	-90,9	0,010
0,050	19,97	26,0	-94,4	0,050
0,100	9,94	19,9	-98,7	0,100
0,200	4,88	13,8	-107,3	0,200
0,300	3,16	9,99	-115,6	0,300

0,360	2,57	8,21	-120,5	0,360
0,400	2,28	7,15	-123,7	0,400
0,500	1,74	4,79	-131,3	0,500
0,600	1,37	2,73	-138,5	0,600
0,700	1,105	0,87	-145,3	0,700
0,800	0,9064	-0,85	-151,6	0,800
0,900	0,7533	-2,46	-157,5	0,900
1,000	0,6330	-3,97	-163,0	1,000
1,200	0,4576	-6,79	-172,9	1,200
1,370	0,3550	-8,99	-180,3	1,371
1,500	0,2950	-10,6	-185,4	1,501
2,000	0,1584	-10,0	201,4	2,001
3,000	0,0590	-24,6	-222,3	3,006
5,000	0,0151	-36,7	-244,3	5,026

với bộ lọc này có độ dự trữ về biên độ là 16dB, độ dự trữ pha là 55°.



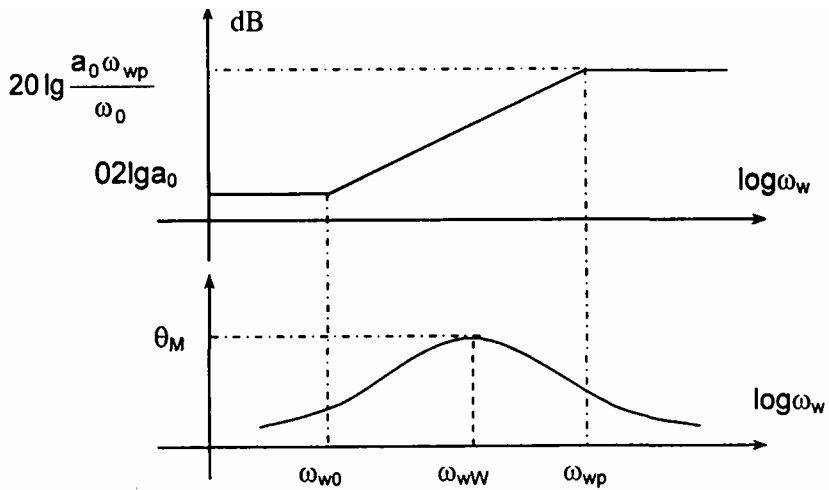
Hình 4.14: Đồ thị Bode của bộ lọc

Bài tập: Vẽ đồ thị Bode của hệ đã hiệu chỉnh; Mô phỏng và vẽ đặc tính quá độ của hệ thống

4.4.3. Thiết kế bù sớm pha

Trong bộ bù sớm pha, $\omega_{w0} < \omega_{ws}$, đáp tuyến tần số như hình vẽ:

Độ dịch pha cực đại xảy ra tại tần số $\omega_{wM} = \sqrt{\omega_{w0}\omega_{ws}}$ (4.35)



Hình 4.15: Biểu đồ đáp ứng tần số của bộ bù sớm pha

$$D(j\omega_w) = |D(j\omega_w)|e^{j\theta} = a_0 \frac{1 + \frac{w}{\omega_{w0}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}} \quad (4.36)$$

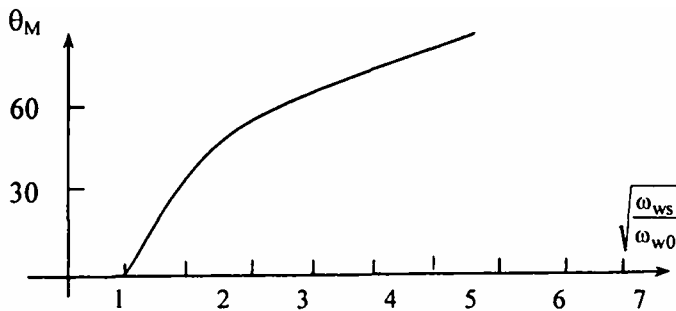
Đồ thị θ_m theo tỷ số ω_{w0}/ω_{ws}

Hàm truyền đạt hiệu chỉnh có dạng:

$$D(j\omega_w) = |D(j\omega_w)|e^{j\theta} = a_o \frac{1 + j\omega_w/\omega_{wo}}{1 + j\omega_w/\omega_{ws}} \quad (4.37)$$

$$\text{tg}\theta_m = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\omega_{ws}}{\omega_{wo}}} - \sqrt{\frac{\omega_{wo}}{\omega_{ws}}} \right)$$

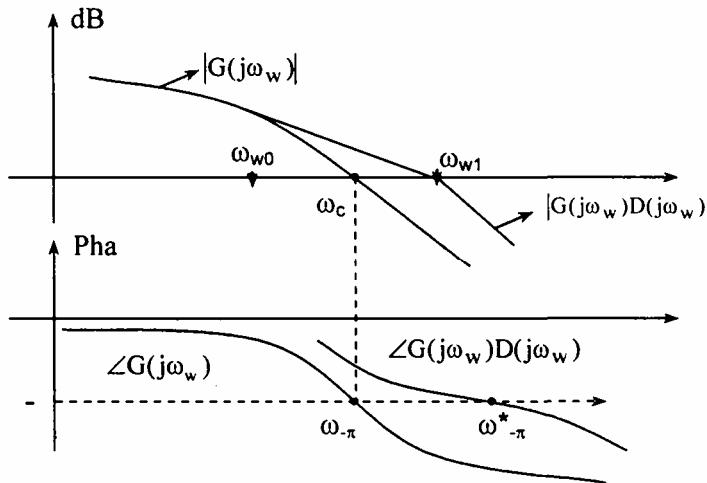
$$\begin{aligned} |D(j\omega_{wm})| &= a_o \frac{\sqrt{1 + (\omega_w/\omega_{wo})^2}}{\sqrt{1 + (\omega_w/\omega_{wp})^2}} \Big|_{\omega_{wm}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \omega_{wp}/\omega_{wo}}{1 + \omega_{wo}/\omega_{wp}}} = a_o \sqrt{\frac{\omega_{wp}}{\omega_{wo}}} \end{aligned} \quad (4.38)$$



Hình 4.15: Biểu đồ độ di pha cực đại của bộ lọc

Từ hình vẽ ta thấy, nếu hiệu chỉnh sớm pha tạo ra sự sớm pha và tăng độ dự trữ ổn định của hệ, nhưng cũng làm tăng độ khuếch đại tần số cao so với tần số thấp gây ảnh hưởng bất ổn định.

Hình dưới là số hiệu chỉnh bù sớm pha. Sự sớm pha được đưa ra lân cận tần số ω của hệ thống để tăng độ dự trữ ổn định của hệ. Chú ý rằng dải thông của hệ cũng tăng lên, kết quả đáp ứng thời gian nhanh hơn.



Hình 4.16: Sự hiệu chỉnh bù sớm pha

Thiết kế sớm pha tạo ra hệ thống có độ sớm pha cần thiết nhưng không kiểm soát được biên độ.

Thiết kế sớm pha là quá trình chọn và thử, vì sớm pha tạo sự ổn định ở miền tần số còn độ khuếch đại tạo sự bất ổn định.

*Trình tự thiết kế sớm pha

- Theo phương pháp này, biên độ và pha của hàm truyền sẽ có giá trị xác định tại tần số cho trước.

Ta chọn $k = 1$ ($\log k = 0$ dB) và pha $= (180^\circ + \phi_m)$

trong đó: ϕ_m là độ dự trữ pha mong muốn.

- Trong quá trình thiết kế, ta không xác định độ dự trữ biên độ nên có thể làm cho hệ thống không ổn định. Vì vậy, bước cuối cùng là kiểm tra độ dự trữ biên độ để hệ thống ổn định và thỏa mãn yêu cầu thiết kế.

- Phương trình đặc tính của hệ thống sau khi chuyển sang mặt phẳng w

$$1 + D(w)G(w) = 0 \quad (4.39)$$

$$\text{Với } D(w) = a_0 \frac{\left(1 + \frac{W}{\omega_{w0}}\right)}{\left(1 + \frac{W}{\omega_{ws}}\right)} \quad (4.40)$$

Ta cần phải xác định $D(w)$ sao cho tại ω_{w1}

$$D(j\omega_{w1})G(j\omega_{w1}) = 1 \angle (-180^\circ + \phi_M) \quad (4.42)$$

Đồng thời hệ thống có độ dự trữ biên độ thỏa mãn yêu cầu.

Ta biểu diễn $D(w)$ dưới dạng

$$D(w) = \frac{a_1 w + a_0}{b_1 w + a_0} \quad (4.43)$$

(ở phần trước ta đã có: $\omega_0 = \frac{a_0}{a_1}$, $\omega_s = \frac{1}{b_1}$, a_0 là độ khuếch đại 1 một chiều của bộ bù)

Từ (4.39) ta thấy $D(j\omega_{w1})$ Phải thỏa mãn điều kiện

$$\begin{aligned} |D(j\omega_{w1})| &= \frac{1}{|G(j\omega_{w1})|} \\ \theta &= \angle D(j\omega_{w1}) = -180^\circ + \phi_m - \angle G(j\omega_{w1}) \end{aligned} \quad (4.44)$$

Phương trình (4.40) có 3 số hạng chưa biết là α , a_1 , b_1

Từ (4.41) và (4.42) ta rút ra:

$$a_1 = \frac{1 - a_0 |G(j\omega_{w1})| \cos \theta}{\omega_{w1} |G(j\omega_{w1})| \sin \theta} \quad (4.45)$$

$$b_1 = \frac{\cos \theta - a_0 |G(j\omega_{w1})|}{\omega_{w1} \sin \theta} \quad (4.46)$$

⇒ Chú ý

Trường hợp hàm $H(s) \neq 1$ thì ta thay $G(j\omega_{w1})$ trong các biểu thức (4.42), (4.43), (4.44), (4.45) bằng $HG(j\omega_{w1})$.

+ Các bước thiết kế

- Chọn độ dự trữ pha ở tần số ω_{w1}
- Xác định a_1, b_1 của bộ bù.
- Dựa vào đặc tính xác lập của hệ để xác định độ khuếch đại 1 chiều a_0

Tần số ω_{w1} được xác định theo cách sau: (3 ràng buộc)

+ Vì là bộ bù sớm pha nên θ phải dương từ (4.44) $\Rightarrow \theta > 0$

$$\theta = \angle D(j\omega_{w1}) = -180^\circ + \phi_m - \angle G(j\omega_{w1}) > 0$$

$$\angle G(j\omega_{w1}) < -180^\circ + \phi_m \text{ và } |D(j\omega_{w1})| > a_0$$

$$\cdot |G(j\omega_{w1})| < \frac{1}{a_0}, \Rightarrow |D(j\omega_{w1})G(j\omega_{w1})| = 1$$

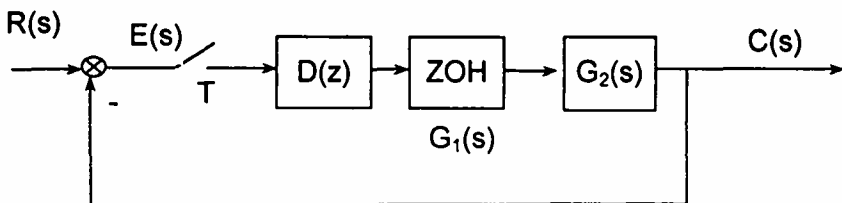
+ b_1 phải dương để đảm bảo chắc chắn hệ ổn định do đó theo (4.46) ta có:

$$\cos\theta > a_0|G(j\omega_{w1})|$$

* **Ví dụ 4.6:** Xét lại ví dụ điều khiển động cơ servo có sơ đồ cấu trúc như hình vẽ, giả thiết hàm truyền của thiết bị điều khiển là:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(0,5s+1)}$$

với độ dự trữ pha : 55° và hệ số khuếch đại một chiều của bộ bù sớm pha



Hình 4.17: Sơ đồ cấu trúc điều khiển động cơ servo

Ta cần chọn tần số ω_{w1} sao cho $\angle G(j\omega_{w1}) < -125^0$ (ràng buộc 1) và $|G(j\omega_{w1})| < 1$ (ràng buộc 2) và $\left(\frac{1}{a_0}\right)$ với $a_0 = 1$

Chọn $\omega_{w1} = 1,200$ (theo bảng ở ví dụ 2)

$$|G(j\omega_{w1})| = 0,4576$$

$$\theta = -180^0 + 55^0 - (-172,9^0) = 407,9^0 = 47,9^0$$

Theo ràng buộc 3, $\cos 47,9^0 = 0,670 > 0,4576$. Vậy 3 đã được thỏa mãn Theo (4.45), (4.46) ta tính được:

$$a_1 = \frac{1 - (1)(0,4576)\cos(47,9^0)}{(1,2)(0,4576)\sin(47,9^0)} = 1,701$$

$$b_1 = \frac{\cos(47,9^0) - (1)(0,4576)}{(1,2)\sin(47,9^0)} = 0,2387$$

$$D(w) = \frac{1 + 1,701W}{1 + 0,2387W} = \frac{1 + W/0,5879}{1 + W/4,187}$$

Hàm truyền của bộ điều khiển số là:

$$D(z) = \frac{6,539(Z - 0,9710)}{Z - 0,8106}$$

Đáp ứng quá độ của hệ được chỉ ra trên hình 4.18.

⇒ Nhận xét

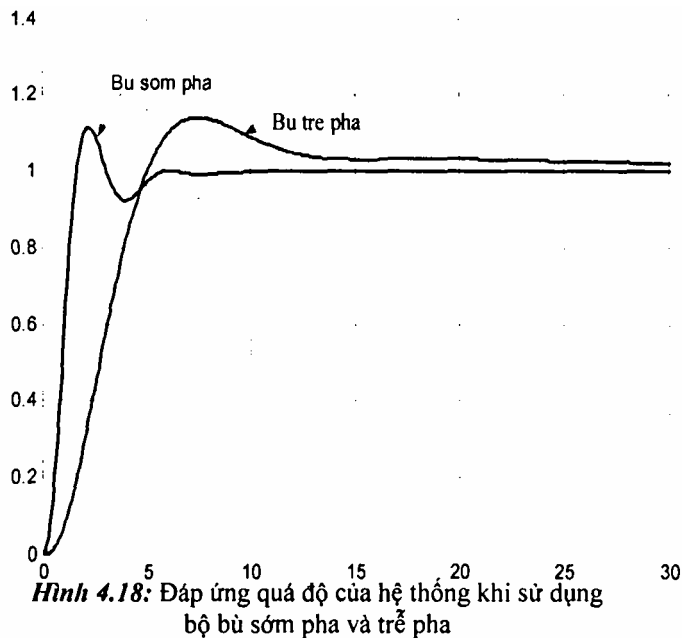
- Với $D(z)$ vừa thiết kế độ dự trữ pha là 55^0 độ dự trữ biên độ là 12,3dB. Nếu ta chọn ω_{w1} khác đi thì độ dự trữ pha vẫn : 55^0 nhưng độ dự trữ biên độ sẽ khác.

- Nếu ω_{w1} được chọn lớn hơn thì góc của $D(j\omega_{w1})$ là θ Sẽ lớn hơn và $\frac{\omega_{ws}}{\omega_{w0}}$ lớn hơn \Rightarrow Độ khuếch đại tần số cao tăng làm tăng dải thông của hệ thống. Nếu chọn $\omega_{w1} < 1,2$ sẽ làm giảm dải thông của hệ thống.

- Trong bộ lọc trễ pha nghiệm cực và nghiệm zero gần như trùng nhau.

Còn với bộ lọc sớm pha chúng tách xa nhau. Do đó, với bất kỳ sự dịch chuyển nhỏ nào trong chúng cũng ảnh hưởng ít đến đáp ứng tần số của bộ lọc

Hiệu chỉnh trễ pha làm giảm hệ số khuếch đại tại ở tần cao do đó làm giảm dải thông của hệ thống. Hệ số khuếch đại tần thấp không giảm nên sai số xác lập không tăng. Tác dụng của hiệu chỉnh sớm pha là làm tăng hệ số khuếch đại tần số cao nên làm tăng dải thông của hệ thống.



Thông số	Bù trễ pha	Bù sớm pha
Sai số xác lập	0	0
Quá điều chỉnh	15	13
Thời gian đỉnh	13	2,2

Thời gian quá độ	11,7	4,7
Dải thông	0,66	2,2

4.4.4. Bù sớm, trễ pha

Trong những phần trước, ta mới chỉ xét các bộ bù bậc nhất. Trong nhiều trường hợp, chúng không thỏa mãn yêu cầu kỹ thuật của hệ thống. Để khắc phục ta dùng bộ bù có bậc cao hơn.

Một trong những cách khắc phục có hiệu quả là ghép nối tiếp bộ lọc sớm pha và bộ lọc trễ pha. Mục đích phân trễ pha là làm tăng hệ số khuếch đại tần số thấp, phần sớm pha làm tăng dải thông và độ dự trữ ổn định.

Ví dụ 4.7: Xét hệ thống trong ví dụ 4.5. Sai số xác lập khi đầu vào là hàm $t.1(t)$ là:

$$E(z) = \frac{R(z)}{1+G(z)} \quad e_{\infty}(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(z-1)R(z)}{1+G(z)}$$

$$\text{Với } R(z) = \frac{T(z)}{(z-1)^2}$$

$$e_{\infty}(KT) = \frac{T}{\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)G(z)} = \frac{0,05}{0,05} = 1$$

Giả sử thiết kế đòi hỏi sai số xác lập khi đầu vào là $t.1(t)$ khoảng 0,5, độ dự trữ pha 55° . Ta dùng bộ lọc trễ pha $D_1(z)$ để tăng hệ số khuếch đại tần số thấp là 2. Sau đó thiết kế bộ lọc sớm pha $D_2(z)$ bù tạo độ dự trữ pha 55°

Chọn nghiệm cực và zero của $D_1(z)$ giống như ví dụ trước. Ta có:

$$\lim_{z \rightarrow 1} D_1(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{Kd(z-0,998202)}{z-0,999300} = 2$$

$$\text{Rút ra } Kd = 0,7786$$

$$D_1(z) = \frac{0,7786(z-0,998202)}{z-0,999300}$$

Đề tính toán bộ lọc sớm pha ta cần tính $D_1(z)G(z)$

$$D_1(\omega)G(\omega)\Big|_{\omega=1,2} = 0,365 \Big| -173,9^0$$

$$\theta = 180^0 + 55^0 - (-173,9^0) = 408,9^0 = 48,9^0$$

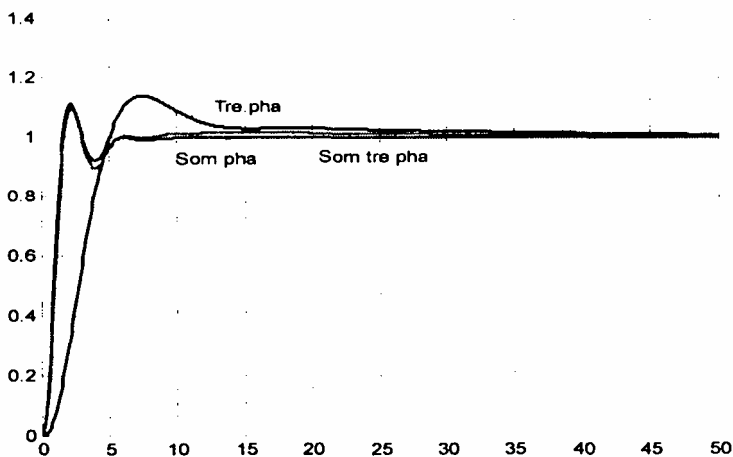
$$a_1 = \frac{1}{\omega_0} = \frac{1 - (1)(0,365)\cos 48,9^0}{(1,2)(0,365)\sin 48,9^0} = 2,303 = \frac{1}{0,434}$$

$$\omega_{ws} = \frac{1}{b_1} = 3,097$$

$$\text{Với } D_2(z) = \frac{6,68(z - 0,9785)}{(z - 0,857)}$$

Đáp ứng quá độ đối với hàm $1(t)$ gần trùng với đáp ứng sớm pha

$$D(z) = D_1(z)D_2(z) = \frac{5,2(z - 0,998202)(z - 0,9785)}{(z - 0,999300)(z - 0,857)}$$



Hình 4.19: Đáp ứng quá độ khi có các bộ bù

4.5. THIẾT KẾ PID SỐ

4.5.1 Khái niệm

Hàm truyền PID số cho bởi:

$$D(w) = K_s + \frac{K_I}{w} + K_D w \quad (4.47)$$

trong đó: K_s , K_I , K_D , là hệ số khuếch đại tỷ lệ, tích phân, vi phân.

- **Bộ điều khiển PI:** Hàm truyền đạt của bộ điều khiển PI là

$$D(w) = K_s + \frac{K_I}{w} = \frac{K_s w + K_I}{w} = K_I \frac{1 + w/\omega_{w0}}{w} \quad (4.48)$$

trong đó: $\omega_{w0} = K_I / K_s$. Đây là bộ lọc trễ pha nhưng có cực tại $\omega_{ws} = 0$.

Đáp ứng tần số như hình a. Bộ điều khiển này tăng hệ số khuếch đại ở tần số thấp, và không xác định tại $\omega_w = 0$ và giảm sai số xác lập. Mục đích của bộ điều khiển này giống như bộ điều khiển trễ pha là tăng độ dự trữ ổn định và giảm sai số xác lập.

- **Bộ điều khiển PD:** Hàm truyền đạt của bộ điều khiển PI là

$$D(w) = K_s + K_D w = K_s \left(1 + \frac{w}{\omega_{w0}} \right) \quad (4.49)$$

với $\omega_{w0} = K_s / K_D$. Đây chính là bộ điều khiển sớm pha mà có cực $\omega_{ws} = \infty$. Mục đích của bộ điều khiển PD là cộng góc pha dương và đáp ứng tần số vòng hở để cải thiện sự ổn định và tăng dải thông dải thông vòng kín để tăng tốc độ đáp ứng. Tác dụng PD ở tần cao ngược với tác dụng PI ở tần thấp.

- **Bộ điều khiển PID:** bao gồm cả hai bộ lọc PI & PD có hàm số truyền:

$$D(w) = K_s + \frac{K_I}{w} + K_D w \quad (4.50)$$

Thiết kế PID bằng cách tạo bộ lọc sớm pha và bộ lọc trễ pha. Vì K_s là chung cho cả phần PI & PD nên phần thiết kế PI ảnh hưởng tới PD và ngược lại.

Từ đặc tính tần số của bộ lọc PID là khi tần số tăng hệ số khuếch đại tăng không có giới hạn khi tần số tăng. Khi $\omega_w \rightarrow \infty$ thì $\omega \rightarrow \omega_s$; $z \rightarrow -1$,

$G(z)$ nói chung không có zero tại $z = -1$. Do đó $|G(z).D(z)| \rightarrow \infty$ khi $z \rightarrow -1$ làm cho hệ mất ổn định. Để khắc phục ta thêm một cực hoặc nhiều cực vào phần vi phân khi đó hàm truyền của bộ lọc trở thành:

$$D(w) = K_s + \frac{K_I}{w} + \frac{K_D w}{\pi(1 + w/\omega_{ws})} \quad (4.51)$$

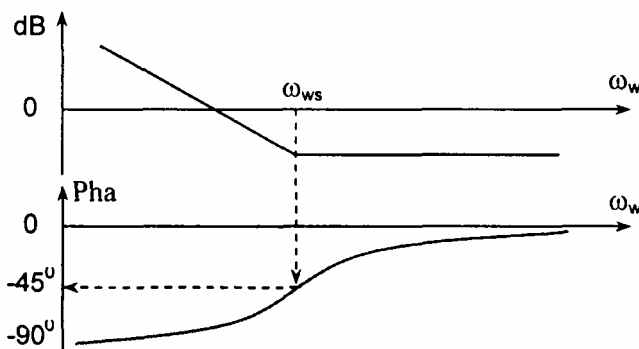
$$D_D(w) = \frac{z-1}{Tz} \Big|_{z=[1+(T/2)w]/[1-(T/2)w]} = \frac{w}{1+(T/2)w} = \frac{w}{1+w/\omega_{ws}}$$

$$\omega_{ws} = 2/T = w_s/\pi$$

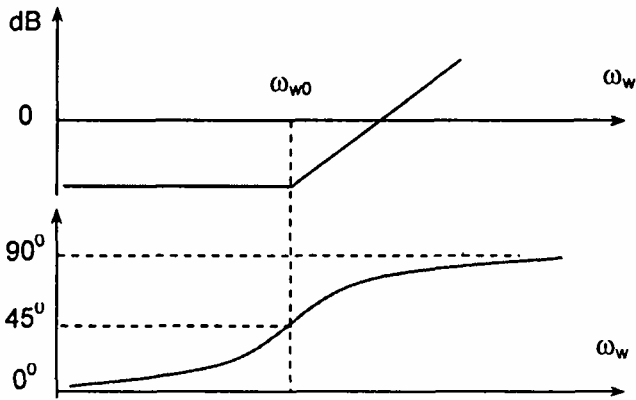
Trong trường hợp riêng, có thể xác định K_S , K_I , K_D từ thực nghiệm sử dụng mô hình vật lý hệ thống khi chỉ biết sơ bộ những đặc tính của hệ.

Phỏng đoán K_S , K_I , K_D để hệ thống vòng kín ổn định, sau đó thay đổi K_S , K_I , K_D sao cho đáp ứng có thể chấp nhận được.

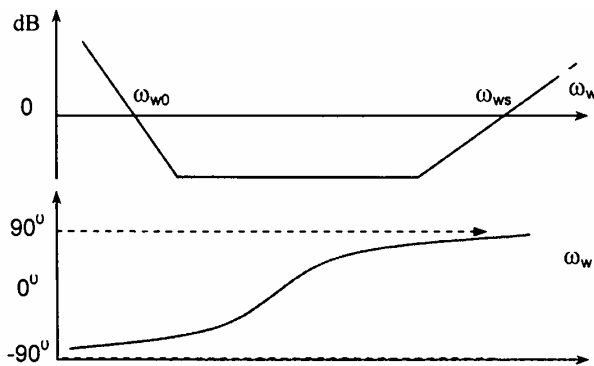
Bộ điều khiển PID có thuận lợi cơ bản là chu kỳ lấy mẫu T có thể thay đổi sau khi thiết kế xong nhưng K_S , K_I , K_D vẫn không thay đổi.



Hình 4.20,a: Đồ thị Bode của PI



Hình 4.20,b: Đồ thị Bode của PD



Hình 4.20,c: Đồ thị Bode của PID

4.5.2. PID số theo phương pháp Ziegler - Nichols

Phương pháp này được áp dụng cho đối tượng có quán tính lớn như lò điện trở.

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-sT}}{1 + sT_1} \quad (4.52)$$

K: hệ số khuếch đại của đối tượng;

T: hằng số trễ;

T_I : hằng số thời gian quán tính chúng được xác định từ thực nghiệm.

PID của Ziegler - Nichols có dạng:

$$D(s) = C \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (4.53)$$

trong đó: $C = \frac{1,2T_I}{k\pi}$; $T_I = 2\pi$; $T_D = 0,5\pi$

So Sánh với $D(s) = K_S + \frac{K_I}{s} + K_D s$

Vậy C tương ứng với K_S ; $K_I = C/T_I$; $K_D = C.T_D$

Hiệu chỉnh PI của Zieler - Nichols là:

$$D(s) = C \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \text{ với } C = \frac{0,9 T_I}{K \tau} \quad (4.54)$$

Hiệu chỉnh khuếch đại tỉ lệ là: $D(s) = C$ với $C = \frac{0,9 T_I}{K \pi}$ (4.55)

Đối với hệ liên tục hiệu chỉnh PID có dạng tổng quát là :

$$D(s) = K_S + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (4.56)$$

Chuyển sang hệ rời rạc ta có:

- Biến đổi z đối với khâu vi phân là :

$$Z \left\{ \frac{df(t)}{dt} \right\}_{t=kT} = \frac{1}{T} (1 - z^{-1}) F(z) = \frac{1}{T} \frac{z-1}{z} \quad (4.57)$$

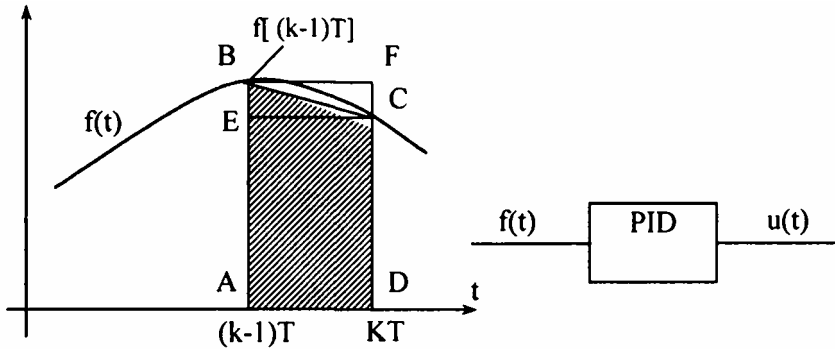
Hàm truyền biến đổi Z của khâu vi phân là:

$$G_d(z) = K_d \frac{z-1}{Tz} \quad (4.58)$$

trong đó $\frac{df(t)}{dt} \Big|_{t=kT} = \frac{1}{T} \{f(kT) - f[(k-1)T]\}$

Để tính tích phân ta có thể thực hiện theo ba cách:

- Tính tích phân theo hình thang ABCD (hình 4.2 1).
- Tính tích phân theo hình chữ nhật lùi về phía sau AECD.
- Tính tích phân theo hình chữ nhật tiến về phía trước ABFD.



Hình 4.21: Các phương pháp lấy tích phân

* **Cách 1:** Tích phân theo hình thang ABCD

$$u(kT) = u[(k-1)T] + \frac{T}{2} \{f(kT) + f[(k-1)T]\}$$

$$U(z) = U(z)Z^{-1} + \frac{T}{2} \cdot F(z)(1 + Z^{-1})$$

$$G_I(z) = K_I \frac{U(z)}{F(z)} = \frac{K_I T}{2} \cdot \frac{Z+1}{Z-1}$$

* **Cách 2:** Tích phân theo hình chữ nhật tiến phía trước ABFD

$$u(kT) = u[(k-1)T] + Tf[(k-1)T]$$

$$U(z) = U(z)Z^{-1} + T \cdot F(z)Z^{-1}$$

$$G_I(z) = K_I \frac{U(z)}{F(z)} = \frac{K_I T}{z-1}$$

* **Cách 3:** Tích phân theo hình chữ nhật lùi phía sau AECD

$$u(kT) = u[(k-1)T] + Tf(kT)$$

$$U(z) = z^{-1}U(z) + T.F(z)$$

$$G_I(z) = K_I \frac{U(z)}{F(z)} = \frac{K_I Tz}{z-1}$$

Tổng quát theo cách 1 ta có hàm truyền của PID theo z là:

$$D(z) = K_S + K_D \frac{z-1}{Tz} + \frac{K_I T}{2} \frac{Z+1}{Z-1}$$

Nếu PID được mắc ở kênh sai số thì $f(t) = e(t)$. Khi đó tín hiệu điều khiển có dạng (theo (1)):

$$u(kT) = C \left\{ e(kT) - \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^k e(iT) + e(kT) - \frac{T_D}{T} \{ e[(k-1)T] \} + u(0) \right\}$$

Thuật toán hiệu chỉnh PID được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} \Delta u(kT) = & C \{ e(kT) - \frac{T}{T_I} e[(k-1)T] + e(kT) + \\ & + \frac{T_D}{T} \{ e(kT) - 2.e[(k-1)T] + e[(k-2)T] \} \end{aligned}$$

trong đó:

$$\frac{de(kT)}{dt} = \frac{e(kT) - e[(k-1)T]}{T}$$

$$\frac{d \sum_{i=0}^k e(iT)}{dt} = \frac{e(kT)}{T}$$

$$\frac{d}{dt} \{ e(kT) - e[(k-1)T] \} = \frac{e(kT) - 2.e[(k-1)T] + e[(k-2)T]}{T}$$

$$\frac{du(kT)}{dt} \approx \frac{\Delta u(kT)}{T}$$

Ví dụ 4.8: Cho đối tượng $G(s) = \frac{1,63e^{-270s}}{1+3480s} = K \frac{e^{-\tau s}}{1+Ts}$

Thiết kế PID theo phương pháp Ziegler - Nichols.

Ta có hàm truyền của PID theo biến đổi Laplace là:

$$\begin{aligned} D(s) &= \frac{1,2}{1,63} \cdot \frac{3480}{270} \left(1 + \frac{1}{2,270P} + \frac{270s}{2} \right) \\ &= C \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \end{aligned}$$

$$C = 1,2 \frac{T}{k\tau} \quad ; \quad T_I = 2\tau \quad ; \quad T_D = 0,5\tau$$

$$D(s) = 9,5 \left(1 + \frac{0,00185}{s} + 135s \right)$$

Sử dụng phép biến đổi Z ta có:

$$D(z) = 9,5 \left\{ 1 + \frac{0,0018}{T} \frac{Z-1}{Z+1} + 135 \cdot \frac{T}{2} \frac{Z-1}{Z+1} \right\} = \frac{u(z)}{E(z)}$$

Suy ra.

$$\begin{aligned} U(z) &= Z^{-2} U(z) + 9,5 \left\{ \left(\frac{0,0037}{T} + 1 + 67,5T \right) + \left(\frac{0,0074}{T} - 135T \right) Z^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{0,0037}{T} - 1 + 67,5T \right) Z^{-2} \right\} E(z) \\ U(kT) &= U[(k-2)T] + \\ &9,5 \left\{ \left(\frac{0,0037}{T} + 1 + 67,5T \right) e^{(kT)} + \left(\frac{0,0074}{T} - 135T \right) e^{[(k-1)T]} + \left(\frac{0,0037}{T} - 1 + 67,5T \right) e^{[(k-2)T]} \right\} \end{aligned}$$

4.5.3. Trình tự thiết kế PID

Giả thiết SID Có hàm truyền:

$$D(w) = K_s + \frac{K_I}{w} + K_D w \quad (4.59)$$

Đáp ứng tần số của bộ lọc là:

$$D(j\omega) = K_s + j(K_D\omega - \frac{K_I}{\omega}) = |D(j\omega_w)| \angle \theta \quad (4.60)$$

Theo thiết kế bù sớm trễ pha ta chọn K_s , K_I , K_D sao cho tại tần số được chọn là ω_{w1} :

$$D(j\omega_{w1})G(j\omega_{w1}) = 1 \angle 180^\circ - \phi_m \quad (4.61)$$

$$K_s + j(K_D\omega_{w1} - \frac{K_I}{\omega_{w1}}) = |D(j\omega_{w1})|(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (4.62)$$

$$\text{Với } \theta = 180^\circ + \phi_m - \angle G(j\omega_{w1})$$

Từ đó ta rút ra:

$$K_s = |D(j\omega_{w1})| \cos \theta = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega_{w1})|} \quad (4.63)$$

$$K_D\omega_{w1} - \frac{K_I}{\omega_{w1}} = \frac{\sin \theta}{|G(j\omega_{w1})|} \quad (4.64)$$

Trong những phương trình thiết kế trên nếu $H(s) \neq 1$ thì $G(j\omega_{w1})$ được thay bằng $HG(j\omega_{w1})$.

Các phương trình thiết kế (4.62), (4.63), (4.64) khi cho $G(w)$ chọn ω_{w1} & ϕ_m ta xác định được K_s từ (4.63), K_D & K_I được xác định từ (4.64) chúng không phải là duy nhất. Vậy khi K_D tăng thì sẽ tăng dải thông, khi K_I tăng sẽ giảm sai số xác lập. Hệ thống thiết kế cần phải có độ dự trữ biên độ nhất định. Khi K_D & K_I thay đổi sẽ làm thay đổi độ dự trữ ổn định về biên độ trong khi độ dự trữ pha không thay đổi.

Ta đã biết ở mục trước nói chung số hạng vi phân đòi hỏi thêm 1 cực.

Hàm truyền đạt chung cho dưới dạng:

$$D_D(w) = \frac{w}{1 + \frac{T}{2}w} = \frac{w}{1 + w/\omega_{ws}}$$

Do đó hàm truyền của PID là:

$$D(w) = K_s + \frac{K_I}{w} + \frac{K_D w}{1 + \frac{T}{2}w} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} D(j\omega_w) &= K_s + \frac{K_I}{w} + \frac{K_D j\omega_w}{1 + j\omega_w(T/2)} \\ &= \left(K_P - \frac{K_D \omega_w^2 (2/T)}{(2/T)^2 + \omega_w^2} \right) + j \left(\frac{K_D \omega_w (2/T)^2}{(2/T)^2 + \omega_w^2} - \frac{K_I}{\omega_w} \right) \end{aligned} \quad (4.66)$$

Từ (4.63) và (4.64) ta ra:

$$K_s - \frac{K_D \omega_{w1}^2 (2/T)}{(2/T)^2 + \omega_{w1}^2} = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega_{w1})|} \quad (4.67)$$

$$\frac{K_D \omega_{w1} (2/T)^2}{(2/T)^2 + \omega_{w1}^2} - \frac{K_I}{\omega_{w1}} = \frac{\sin \theta}{|G(j\omega_{w1})|} \quad (4.68)$$

⇒ **Chú ý**

- Nếu $\omega_{w1} \ll \frac{2}{T}$ các phương trình (4.67), (4.68) đơn giản thành (4.63), (4.64).

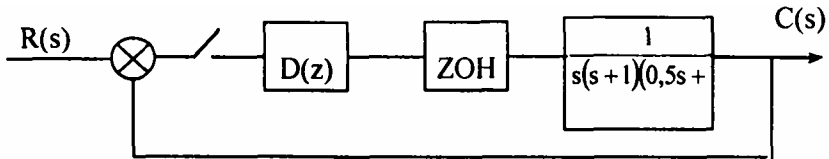
- Không có thủ tục đơn giản nào để tính K_s , K_I , K_D . Với bộ điều khiển SD (4.67) & (4.68) chỉ chứa 2 ẩn số nên có thể giải pháp trực tiếp.

$$K_D = \frac{\sin \theta}{|G(j\omega_{w1})|} \left[\frac{(2/T)^2 + \omega_{w1}^2}{(2/T)^2 \omega_{w1}} \right] \quad (4.69)$$

$$\text{và } K_s = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega_{w1})|} - \frac{K_D \omega_{w1}^2 (2/T)}{(2/T)^2 + \omega_{w1}^2} \quad (4.70)$$

Ví dụ 4.9

Thiết kế PID số để điều khiển đối tượng có hàm số truyền cho trong hình 4.22 với sai số xác lập đối với RAMP là 0,5, độ dự trữ pha = 55° cho hai trường hợp: Dùng PI và dùng PID



Hình 4.22: Cấu trúc hệ ĐKS

a) Dùng PI

Ta thấy $D(z)$ có thêm 1 cực $z = 1$, $G(z)$ có 1 cực $z = 1$. Do vậy $G(z)D(z)$ có 2 cực tại $z = 1$ nên sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm RAMP bằng 0 (thỏa mãn điều kiện thiết kế). Từ bảng đáp ứng tần số của $G(z)$ ta chọn $\omega_{w1} = 0,4$.

Từ (4.62) ta có $\theta = 180^\circ + 55^\circ - (-123,7^\circ) = 358,7^\circ = -1,3^\circ$

Từ (4.63) & (4.64). Rút ra:

$$K_s = \frac{\cos(-1,3^\circ)}{2,28} = 0,439$$

$$K_I = \frac{-\sin(-1,3^\circ)}{2,28} \cdot 0,4 = 0,00398$$

Từ $D(w) = K_I \frac{1+w/\omega_{w0}}{w}$, ta có zero của bộ điều khiển SI được đặt ở

tần số $\omega_{w0} = \frac{K_I}{K_s} = 0,00907$ rất nhỏ đã làm giảm đáng kể giải thông của hệ

thống \Rightarrow thời gian quá độ dài.

Nếu chọn $\omega_{w1} = 0,3$ thì SI có hệ số khuếch đại là: $K_s = 0,313$ & $K_I = 0,01556$

$$\omega_{w0} = \frac{K_I}{K_D} = 0,0497$$

Giải thông của hệ thống được tăng lên \Rightarrow thời gian quá độ giảm

b) Dùng PID

Giả thiết bỏ qua cực ở số hạng vi phân. Theo (4.63) ta được:

$$K_s = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega_{w1})|}$$

Nếu chọn ω_{w1} lớn thì $|G(j\omega_{w1})|$ giảm và do đó k_p tăng lên

Chọn $\omega_{w1} = 1,2 \Rightarrow G(j1,2) = 0,4576 \angle -127,9^\circ$

Từ (4.62) $\theta = 180^\circ + 55^\circ - (-127,9^\circ) = 407,9^\circ = 47,9^\circ$

$$\text{Từ (4.63) ta có: } K_s = \frac{\cos(47,9^\circ)}{0,4576} = 1,465$$

$$\text{Từ (4.64) có: } K_D \cdot \omega_{w1} - \frac{K_I}{\omega_{w1}} = \frac{\sin \theta}{|G(j\omega_{w1})|}$$

Do đó với $G(j\omega_{w1})$ ở trên thì:

$$K_D = \frac{\sin 47,9^\circ}{0,4576} \frac{1}{1,2} + K_I \left(\frac{1}{1,2} \right)^2 = 1,351 + 0,694K_I$$

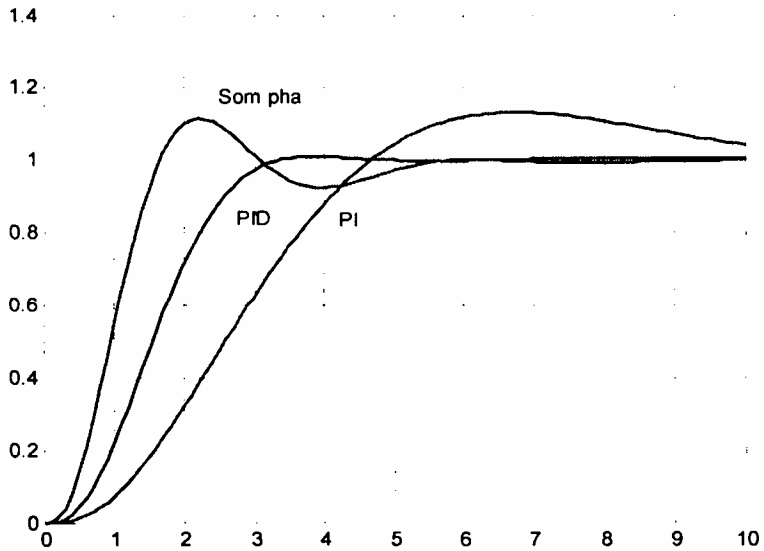
Mô phỏng và thử nghiệm ta chọn được:

$$K_I = 0,004$$

$$K_D = 1,354$$

Kết quả tạo ra độ dự trữ pha là $53,5^\circ$, độ dự trữ biên độ là 1,6dB khi có 1 các được cộng thêm vào vi phân (8,339) sự ảnh hưởng của cực này nên độ dự trữ pha là rất nhỏ.

Đáp ứng quá độ khi đầu vào là hàm bước nhảy đơn vị được chỉ ra trên hình 4.23.



Hình 4.23: Đáp ứng quá độ của hệ đối với hàm bước nhảy đơn vị

4.6. THIẾT KẾ BẢNG QUỸ ĐẠO NGHIỆM SỐ

4.6.1. Khái niệm

Khi thiết kế hệ thống trong miền tần số, ta cố gắng hình thành đáp ứng vòng hở để đạt được độ dự trữ ổn định nào đó, do đó đạt được đáp ứng quá độ, đặc tính xác lập mong muốn. Nhìn chung các phương pháp trên còn mang nhiều tính chất mò mẫm (chọn và thử).

Trong mục này, trình bày việc thiết kế hệ thống dựa vào quỹ đạo nghiệm số khi hệ số khuếch đại thay đổi. Đặc điểm của đặc tính quá độ được thể hiện thông qua quỹ đạo nghiệm số. Nội dung của việc thiết kế là thêm nghiệm cực và zero vào bộ lọc số để dịch nghiệm của phương trình đặc trưng nhằm đạt được những nghiệm thích hợp hơn trong mặt phẳng Z.

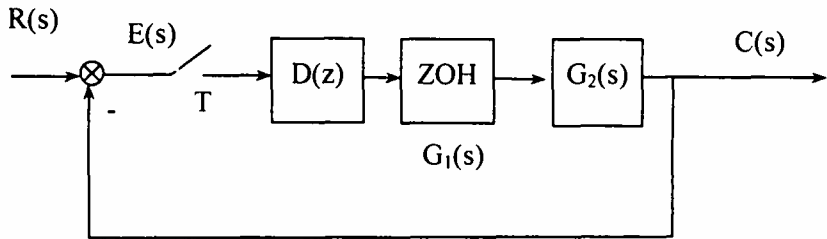
Xét hệ thống như hình 4.22, phương trình đặc trưng là của hệ là:

$$1 + K\{D(z).G(z)\} = 0 \quad (4.71)$$

Cho K thay đổi để sinh ra quỹ đạo nghiệm số, Z_a là một điểm trên quỹ đạo nghiệm số khi thoả mãn phương trình trên. Khi đó:

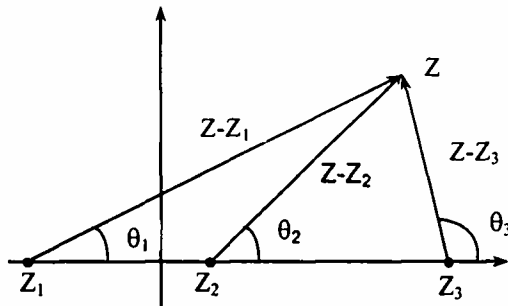
$$K = \frac{1}{|D(z_a)G(z_a)|} \quad (4.72)$$

$$\angle D(z_a)G(z_a) = \pm 180^\circ \quad (4.73)$$



Hình 4.22: Cấu trúc hệ thống điều khiển

Khi K biến đổi từ 0 đến ∞ luôn tồn tại 1 giá trị của K thoả mãn (4.74) Do đó điều kiện z_a trên quỹ đạo nghiệm số chỉ là điều kiện (4.75).



Hình 4.23: Phân bố nghiệm trên mặt phẳng Z

Chú ý: Nếu $H(s) \neq 1$ thì $G(z)$ được thay bằng $GH(z)$

Ví dụ: $D(z) = 1$ và

$$KG(z) = \frac{K(Z - Z_1)}{(Z - Z_2)(Z - Z_3)} \quad (4.74)$$

Từ (4.73) ta thấy nếu Z ở trên quỹ đạo nghiệm số thì:

$$\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = \pm 180^\circ$$

Giá trị của K tại 1 nghiệm của phương trình đặc trưng là:

$$K = \frac{|Z - Z_2||Z - Z_3|}{|Z - Z_1|}$$

4.6.2. Trình tự thiết kế

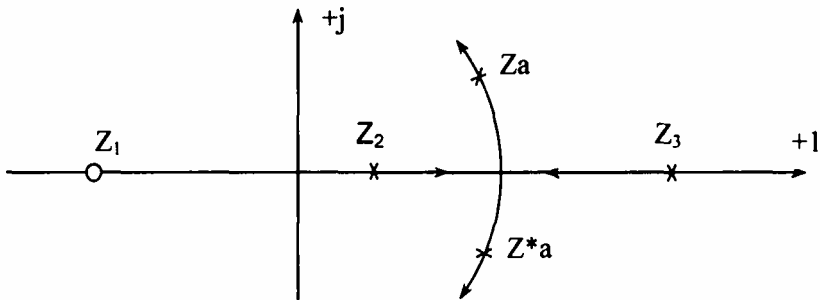
Xét bộ điều khiển bậc nhất: $D(z) = \frac{K_d(Z - Z_0)}{(Z - Z_s)}$ (4.76)

Ta cần $D(1) = 1$ để không ảnh hưởng tới đáp ứng xác lập, vậy:

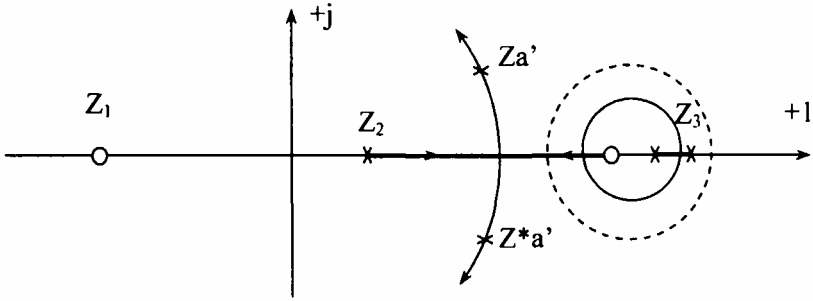
$$K_d = \frac{(1 - Z_s)}{(1 - Z_0)} \quad (4.77)$$

Nghiệm cực bị thu hẹp đến giá trị thực ở trong vòng tròn đơn vị, với bộ điều khiển sớm pha $Z_0 > Z_s$ nên $K_d > 1$; bộ điều khiển trễ pha $Z_0 < Z_s$ nên $K_d < 1$

+ **Thiết kế trễ pha:** Giả thiết $KG(z) = \frac{K(Z - Z_1)}{(Z - Z_2)(Z - Z_3)}$. Quỹ đạo nghiệm số của hệ khi chưa bù như hình vẽ:



Hình 4.24,a



Hình 4.24,b

Giả thiết nghiệm Z_a và Z^*_a thỏa mãn đáp ứng quá độ nhưng cần tăng hệ số khuếch đại để giảm nhỏ sai số xác lập và cải thiện chất lượng hệ thống.

Cộng thêm vào bộ điều khiển cực và zero đặt gần $Z = 1$. Vì cực và zero rất gần $Z = 1$ nên cung ở lân cận điểm này mở rộng ra rất nhiều. Do đó 2 cực và một zero sẽ xuất hiện như một cực đơn. Ta thấy rằng cực và zero thêm vào làm cho nghiệm Z_a dịch một lượng nhỏ đến Z'_a . Khi đó:

$$K_c D_z G_z = \frac{K_c K_d (Z - Z_0)(Z - Z_1)}{(Z - Z_p)(Z - Z_2)(Z - Z_3)} \tag{4.78}$$

trong đó: K_c là hệ số khuếch đại trong hệ thống được bù

Từ (4.72) \Rightarrow nghiệm xuất hiện tại Z'_a là:

$$K_c = \frac{|Z'_a - Z_p| |Z'_a - Z_2| |Z'_a - Z_3|}{K_d |Z'_a - Z_0| |Z'_a - Z_1|} \approx \frac{|Z_a - Z_2| |Z_a - Z_3|}{K_d |Z_a - Z_1|} \tag{4.79}$$

Hệ số khuếch đại Kết của hệ thống không bù

$$\text{là: } K_u = \frac{|Z_a - Z_2| |Z_a - Z_3|}{|Z_a - Z_1|} \tag{4.80}$$

Từ hai phương trình trên ta rút ra: $K_c \approx \frac{K_u}{K_d}$ và $K_d < 1$

⇒ Nhận xét

- Bộ trễ pha cho phép tăng độ khuếch đại vòng hở mà nghiệm của của phương trình đặc tính vẫn giữ nguyên.

- Do ta thêm một nghiệm $Z \approx 1$ mà có hằng số thời gian lớn, do đó thời gian xác lập tăng.

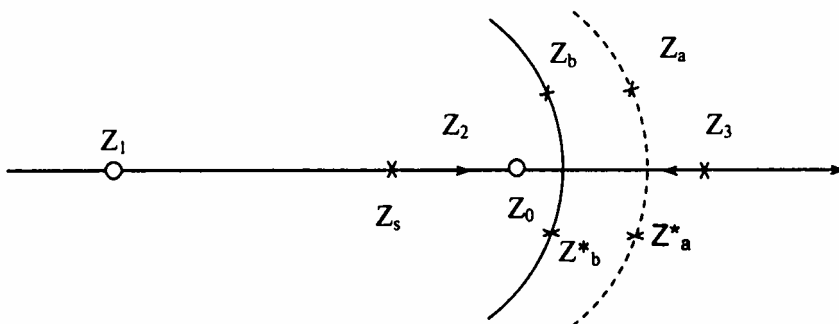
+ Thiết kế sớm pha

Để đơn giản ta đặt vào bộ điều khiển nghiệm zero trùng với nghiệm cực $Z = Z_2$ của đối tượng, quỹ đạo nghiệm số sẽ bị dịch sang trái (hình a), nghiệm $Z = Z_b$ có hằng số thời gian nhỏ hơn tại $Z = Z_a$ do đó đáp ứng hệ thống nhanh hơn (dải thông rộng hơn)

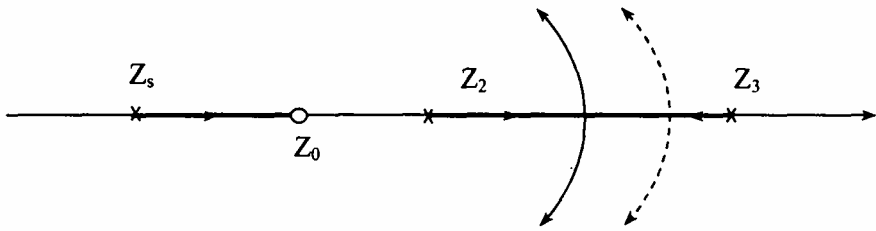
Trong thực tế, không thể khử nghiệm một cách chính xác, nên ta xét 2 trường hợp:

- Trường hợp 1 : Nghiệm zero của bộ bù ở bên trái nghiệm cực của đối tượng, khi đó hàm truyền vòng kín được cộng 1 cực hơi nghiêng về trái nghiệm zero của bộ bù (hình 4.25b).

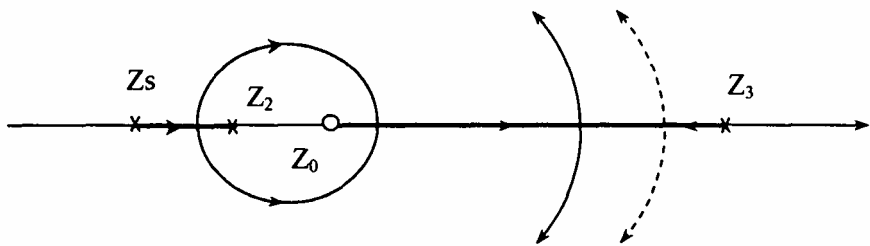
- Trường hợp 2: Nghiệm zero của bộ bù ở bên phải nghiệm cực của đối tượng, khi đó hàm truyền vòng kín được cộng 1 cực hơi nghiêng về phải nghiệm zero của bộ bù (hình 4.25c).



Hình 4.25,a



Hình 4.25,b



Hình 4.25,c

Trong cả hai trường hợp, biên độ của đáp ứng quá độ khi cộng thêm nghiệm cực vòng kín sẽ nhỏ, hàm truyền đạt vòng kín có một điểm zero (từ bộ bù) gần như trùng với điểm các.

⇒ **Kết luận:**

- Bộ điều khiển trễ pha dịch quỹ đạo nghiệm số rất ít nhưng cho hệ số khuếch đại vòng hở lớn hơn.

- Bộ điều khiển sớm pha dịch quỹ đạo nghiệm số sang trái làm giảm thời gian quá độ.

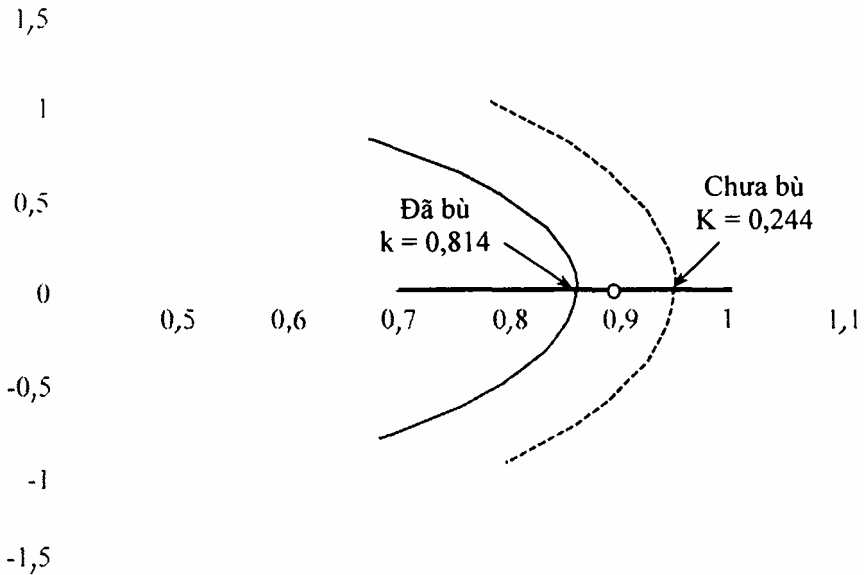
Ví dụ 4.10: Hãy thiết kế bộ điều khiển sớm pha để điều khiển đối tượng có hàm số truyền: $G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$

Chọn chu kỳ lấy mẫu bằng 1/10 hằng số thời gian nhỏ nhất ($T = 0,1$)

$$G(z) = \frac{Z-1}{Z} Z \left\{ \frac{K}{s^2(s+1)} \right\} = \frac{0,004837K(Z+0,9672)}{(Z-1)(Z-0,9048)}$$

$$= \frac{K(0,0048372Z + 0,0046785)}{(Z^2 - 1,9048Z + 0,9048)}$$

Quỹ đạo nghiệm số như hình 4.26



Hình 4.26: Quỹ đạo nghiệm số

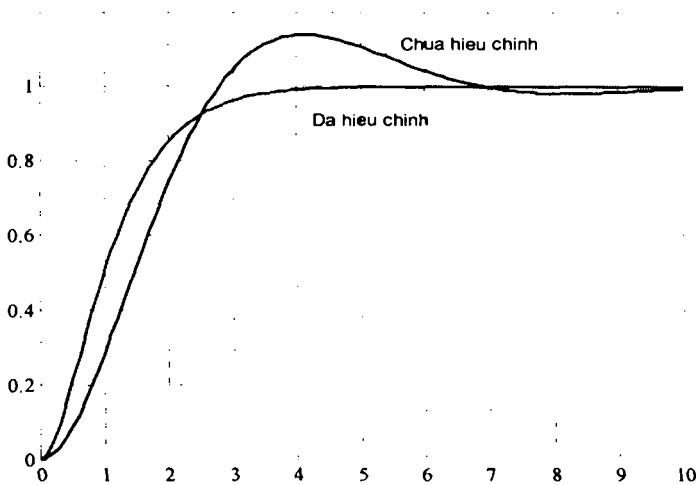
Với $K = 0,244$, ứng với giới hạn không dao động, có 2 nghiệm thực bằng nhau tại $Z = 0,952$. Ta chọn bộ điều có zero tại 0,9048 để khử một nghiệm cực của đối tượng, đồng thời để tăng tốc độ của đáp ứng ta đặt nghiệm cực của bộ điều khiển tại

$$Z = 0,7: D(z) = \frac{3,15(Z-0,9048)}{(Z-0,7)}$$

Quỹ đạo nghiệm số của hệ đã được bù và chưa được bù như hình vẽ. Tại $K = 0,814$, hệ thống ở chế độ không dao động tới hạn với 2 nghiệm bằng nhau $Z = 0,844$. Ta chọn chế độ giới hạn không dao động tắt dần

như một tiêu chuẩn thiết kế, (một cực trong mặt phẳng S là: $s = -a$ có hằng số thời gian là $1/a$ tương đương một nghiệm trong mặt phẳng Z là: $Z = e^{-aT/\pi}$).

Do đó trong trường hợp tới hạn tắt dần không bù ($\pi = 2,03s$). Trong trường hợp tới hạn tắt dần có bù ($e^{-0,1/\pi} = 0,844$ hoặc $\pi = 0,59s$) đáp ứng của hệ thống có bù nhanh hơn nhiều so với khi chưa bù (hình 4.27).



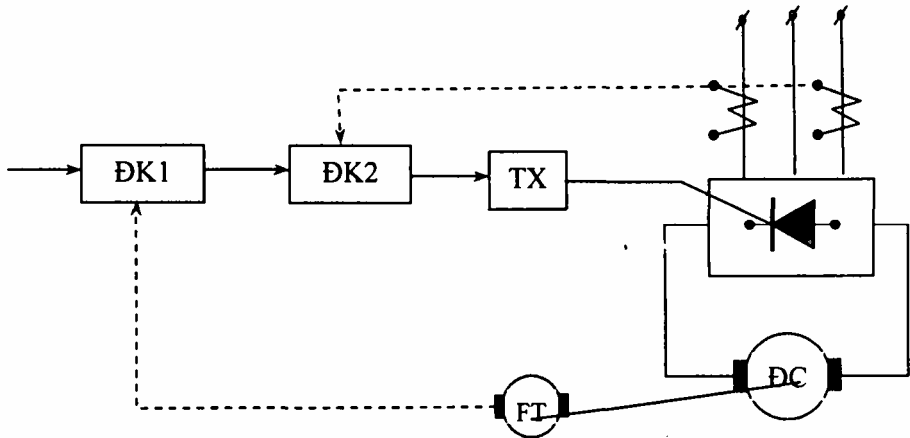
Hình 4.27: Đáp ứng quá độ khi chưa hiệu chỉnh và đã hiệu chỉnh

⇒ Chú ý

Để giảm thời gian quá độ ta có thể thực hiện đơn giản bằng cách di chuyển nghiệm các của bộ điều khiển sang trái, tuy nhiên khi đó hệ số khuếch đại tần số cao của hệ cũng tăng lên tới mức có thể không chấp nhận được.

PHỤ LỤC 1**ĐỀ BÀI TẬP DÀI MÔN ĐIỀU KHIỂN SỐ**

Cho hệ thống truyền động thyristor - Động cơ điện 1 chiều có sơ đồ khối như hình vẽ.

**Yêu cầu:**

1. Xây dựng sơ đồ cấu trúc hệ thống ở chế độ liên tục.
2. Mô tả hệ thống bằng biến đổi Z, bằng phương trình trạng thái và phương trình sai phân.
3. Thiết kế các bộ điều khiển số cho mạch vòng dòng điện và mạch vòng tốc
4. Mô phỏng và vẽ đặc tính động của hệ thống

BẢNG SỐ LIỆU BÀI TẬP DÀI

Công suất động cơ được tính theo công thức: $P = K.P_0$

Số đồ chỉnh lưu	Chỉnh lưu hình tia 3 pha					Chỉnh lưu cầu 3 pha				
	P_0 (KW)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$K = 1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K = 5$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$K = 3$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$K = 4$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$K = 5$	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$K = 6$	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

PHỤ LỤC 2

2.1. Biến đổi hàm truyền từ mặt phẳng P sang mặt phẳng Z

Để biến đổi ta dùng hàm c2dm và d2cm

$$\text{Ví dụ: } G = \frac{1}{P(P+1)}$$

```
> num=[1];
>> den=[1 1 0];
>> T=.1;
>> [numz,denz]=c2dm(num,den,T,'zoh');
>> [numc,denc]=d2cm(num,den,T,'zoh');
```

2.2. Mối quan hệ giữa biểu đồ BODE và đường cong Nyquist

- Đường tròn đơn vị trong đường cong Nyquist biến thành đường đơn vị (đường 0dB) trong đồ thị Bode biên độ đối với mọi tần số.

- Trục thực âm của đường cong Nyquist biến thành đường -180^0 trong đồ thị Bode pha đối với mọi tần số.

Vì vậy có thể tính độ dự trữ pha từ đồ thị Bode bằng cách tính độ di pha khi $G(j\omega)H(j\omega)$ cắt đường 0 dB và độ dự trữ biên độ khi có thể tính được từ đồ thị Bode bằng cách xác định hệ số khuếch đại khi $G(j\omega)H(j\omega)$ cắt đường -180^0

2.3. Độ dự trữ ổn định

Hàm truyền kín của hệ thống điều khiển tự động là:

$$\frac{C(p)}{R(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)}$$

Sự ổn định của hệ được xác định bằng cách đánh giá mẫu số của biểu thức hàm truyền khi thay $P = j\omega$. Nếu $G(j\omega)H(j\omega) = -1$, mẫu số sẽ triệt tiêu và hệ thống dao động không xác định, đáp ứng của hệ thống sẽ tăng theo thời gian.

- **Độ dự từ về biên độ** chính bằng biên độ của $G(j\omega)H(j\omega)$ khi góc

pha của $G(j\omega)H(j\omega) = -180^0$.

Độ dự trữ về pha bằng hiệu 180^0 - góc pha của $G(j\omega)H(j\omega)$

Độ dự trữ ổn định biểu thị cho mức độ ổn định của hệ thống. Thông thường khi thiết kế ta mong muốn độ dự trữ pha bằng $30^0 - 60^0$, độ dự trữ biên độ bằng (4 - 12)dB. Điều này nói lên rằng:

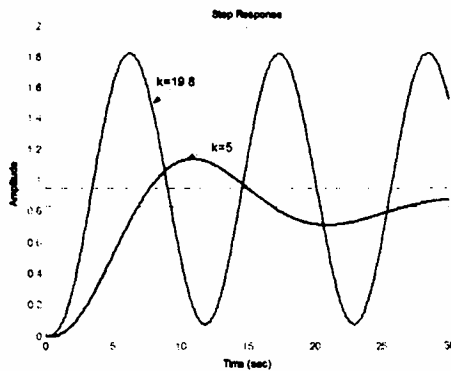
+ khi $|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$ thì $\angle G(j\omega)H(j\omega) = 120^0 \div 150^0$

+ khi $\angle G(j\omega)H(j\omega) = 180^0$ thì $|G(j\omega)H(j\omega)| = 0,25 \div 0,63$

2.4. Mô hình hoá

+ Lập trình theo hàm truyền của hệ kín

$$W_k(s) = \frac{19,8}{(10s + 0,1)(5s + 1)(s + 1) + 19,8} = \frac{19,8}{50s^3 + 65s^2 + 16s + 20,8}$$

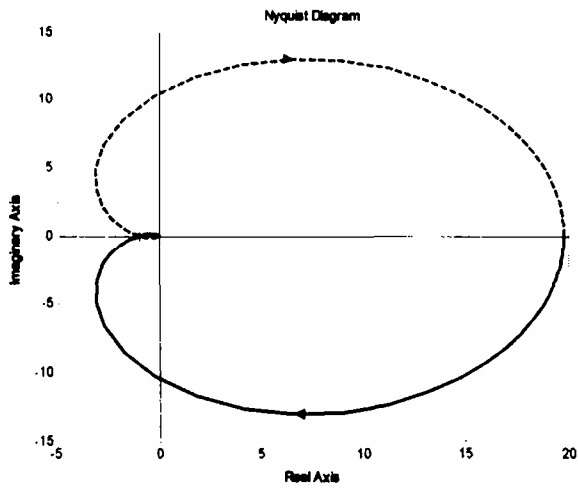


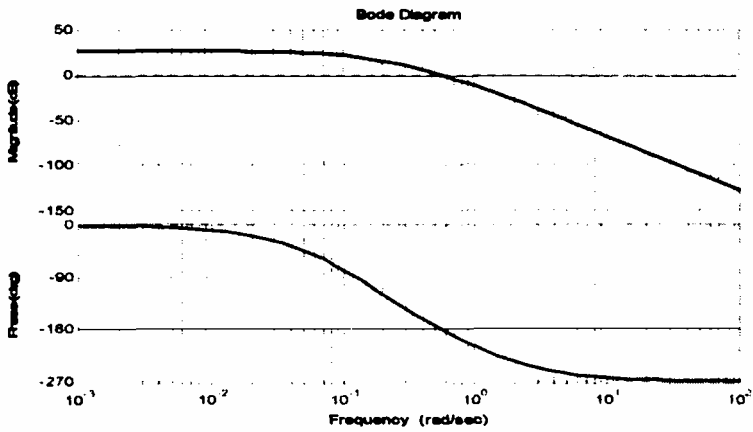
+ Lập trình theo phương thức ghép nối các khâu

```
>> năm = [19.8];
>> den = [50 65 16 20.81];
>> t = [0 : 0.1 : 30];
>> Step (num, den, t)
>
>> den = [50 65 16 20.8];
```

```
>> Step(num, den, t)
```

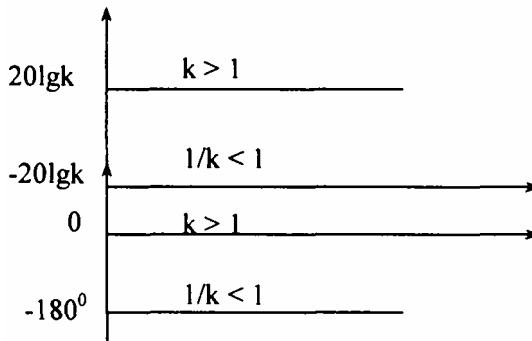
```
>> W1 = tf(19.8, [10 1]);  
>> W2 = tf(1, [5 1]);  
>> W3 = tf(1, [1 1]);  
>> Wh = W1 * W2 * W3;  
>> Wk = (W1 * W2 * W3, +1);  
>> Step(Wk)  
>> Nyquist(Wh)  
>> Bode(Wh)
```





2.5. Đồ thị Bode của một số khâu điển hình

+ Khâu tỉ lệ:



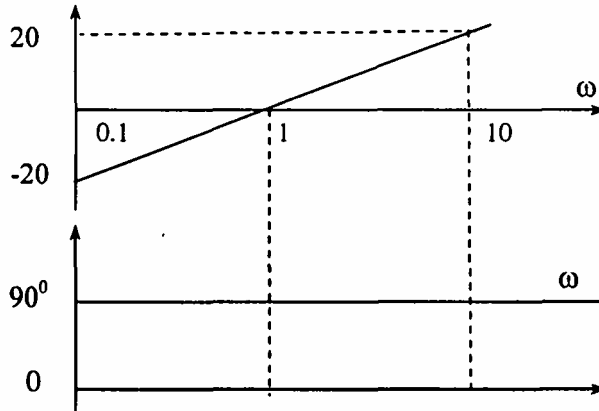
$$k(\text{dB}) = 20\lg k$$

$$1/k(\text{dB}) = -20\lg k$$

Góc pha bằng 0° hoặc bằng 180°

tùy thuộc k hoặc $1/k$

+ Khâu tích phân:

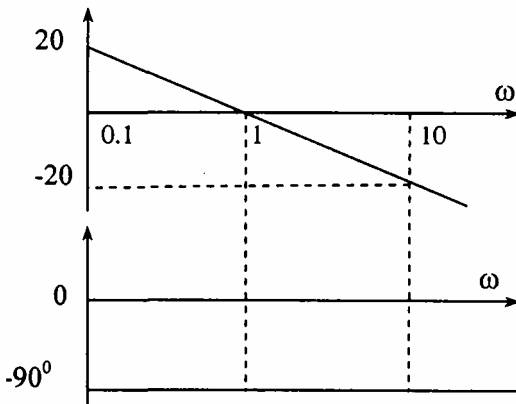


$$G(j\omega) = 1/j\omega$$

$$Lg|G(j\omega)| = -20lg\omega$$

góc pha bằng -90^0

+ **Khâu vi phân:** ($G(j\omega) = j\omega$; $Lg|G(j\omega)| = 20lg\omega$; góc pha bằng 90^0)



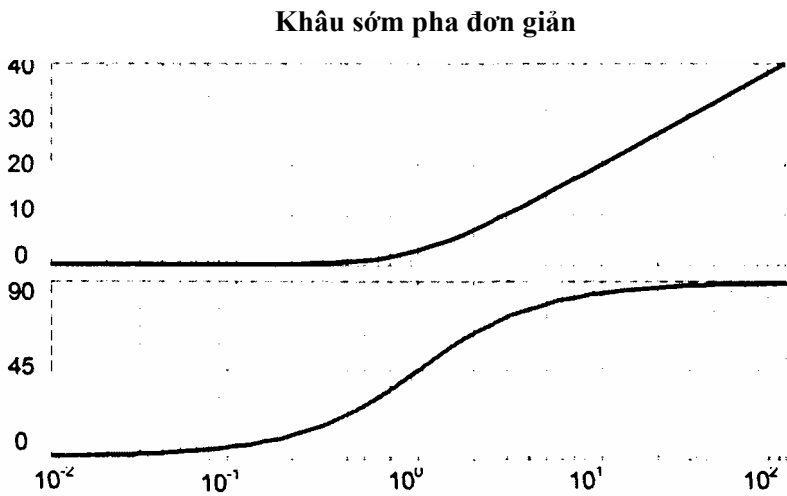
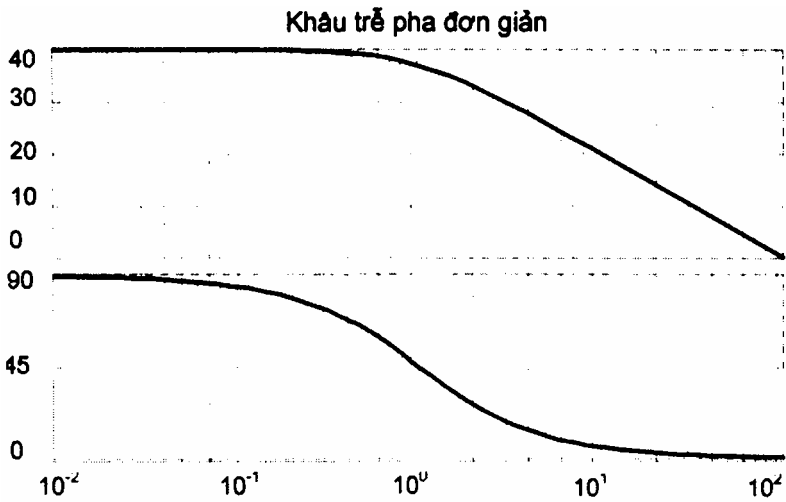
+ **Khâu trễ pha đơn giản:**

$$G(j\omega) = \frac{a}{j\omega + a} = \frac{1}{j\frac{\omega}{a} + 1}$$

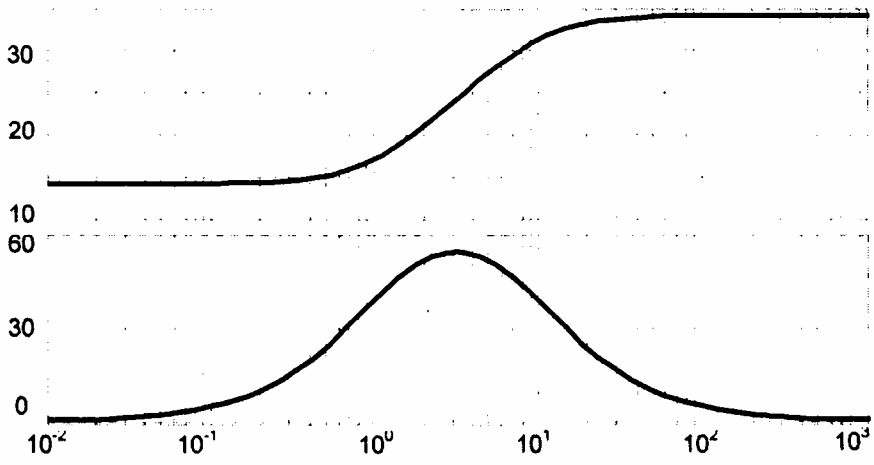
$$L(\omega) = -20 \lg \sqrt{\frac{\omega^2}{a^2} + 1} \quad \varphi(\omega) = -\arctg \omega/a$$

+ Khâu sớm pha đơn giản:

$$G(j\omega) = j\frac{\omega}{a} + 1$$



Đồ thị Bode khâu hiệu chỉnh



TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Phạm Công Ngô "Lý thuyết điều khiển tự động", Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 1994.

[2] Nguyễn Văn Hoà "Cơ sở lý thuyết điều khiển tự động", Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 1998.

[3] Nguyễn Thi phương Hà "điều khiển tự động" ", Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 1996.

[4] Charles L. Philips, H. Troy Nagle - "Digital Control System Analysis and Design"; Prentice - Han International Editions 1990.

[5] R.C. Dorf - "Mordem Control Systems" Addison - Wesley Publishing Company, lúc 1989.

[6] B.C Kuo "Digital Control Systems" new Tork: Holt, Rinehart and Winston 1980.

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	2
CHƯƠNG 1	3
NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ ĐIỀU KHIỂN SỐ	3
1.1. KHÁI NIỆM	3
1.1.1. Bộ biến đổi A/D	4
1.1.2. Bộ biến đổi D/A	4
1.2. TÍN HIỆU VÀ LẤY MẪU TÍN HIỆU	5
1.2.1. Lấy mẫu tín hiệu	5
1.2.2. Các đặc tính lấy mẫu	6
1.3. KHÂU NGOẠI SUY DỮ LIỆU	7
1.3.1. Khâu lưu giữ bậc không (Zero Order Hold - ZOH)	8
1.3.2. Khâu lưu giữ bậc một (First Order Hold - FOH)	11
1.4. Phân loại hệ thống điều khiển số	13
1.5. Ưu nhược điểm của hệ thống điều khiển số	13
1.5.1. Hạn chế của điều khiển tương tự và các ưu điểm của điều khiển số	13
1.5.2. Ưu điểm của điều khiển tương tự và nhược điểm của điều khiển số	14
1.5.3. Các ưu điểm có tính chất quyết định của điều khiển số	17
1.6. PHÉP BIẾN ĐỔI Z VÀ ỨNG DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI Z TRONG NGHIÊN CỨU HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ	18
1.6.1. Phép biến đổi z	18
1.6.2. Tính chất của biến đổi z	20
1.6.3. Biến đổi Z của khâu giữ mẫu	21
1.6.4. Phép biến đổi Z của khâu trễ	22
CHƯƠNG II	24
MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ	24
2.1 MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ BẰNG SƠ ĐỒ KHỐI	24
2.1.1. Các khâu nối tiếp được phân biệt bởi một bộ lấy mẫu đồng bộ	24
2.1.2 Các khâu nối tiếp không được phân biệt bởi bộ lấy mẫu	24
2.1.3. Bộ lấy mẫu trong kênh sai lệch	26
2.1.4 Bộ lấy mẫu trong vòng hồi tiếp	26
2.1.5 Bộ lấy mẫu trong vòng thuận	27
2.1.6 Các bộ lấy mẫu đồng bộ và các khâu nối tiếp trong vòng hồi tiếp	28
2.2 PHƯƠNG PHÁP SAI PHÂN	29
2.3 KỸ THUẬT BIẾN TRẠNG THÁI	31
CHƯƠNG 3	37

KHẢO SÁT ỔN ĐỊNH VÀ PHÂN TÍCH HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ	37
3.1 KHÁI NIỆM	37
3.2 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ	41
3.2.1 Tiêu chuẩn Rao - Hurvit mở rộng	41
3.2.2 Tiêu chuẩn Jury	45
3.3 TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ	47
3.2.1 Tiêu chuẩn Mikhailop mở rộng	48
3.2.2 Tiêu chuẩn Naiquist mở rộng	49
3.4 ĐÁP ỨNG QUÁ ĐỘ CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN SỐ	52
3.4.1 Khái niệm	52
3.4.2 Phương pháp biến trạng thái	53
3.4.3 Phương pháp biến đổi Z	58
3.5. PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CÓ MÁY TÍNH SỐ	64
3.5.1. Kỹ thuật hiện trạng thái	65
3.6 BỘ ĐIỀU KHIỂN PID SỐ	68
CHƯƠNG IV TỔNG HỢP HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ	72
4.1 TÍNH ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC VÀ QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA HỆ ĐIỀU KHIỂN SỐ	72
4.1.1 Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống tuyến tính liên tục	72
4.1.2 Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống điều khiển số	72
4.2 PHƯƠNG PHÁP RAGAZZINI	75
4.2.1. Khái niệm	75
4.2.2. Nội dung phương pháp	76
4.3 SỬ DỤNG ĐỒ THỊ BODE ĐỂ PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ HỆ THỐNG	86
1. Khái niệm	86
2. Trình tự thiết kế	89
4.4 THIẾT KẾ BÙ	91
4.4.1. Khái niệm về hiệu chỉnh	91
4.4.2. Thiết kế bù trễ pha	93
4.4.3. Thiết kế bù sớm pha	99
4.4.4. Bù sớm, trễ pha	106
4.5. THIẾT KẾ PID SỐ	107
4.5.1 Khái niệm	107
4.5.2. PID số theo phương pháp Ziegler - Nichols	110
4.5.3. Trình tự thiết kế PID	114
4.6. THIẾT KẾ BẰNG QUỸ ĐẠO NGHIỆM SỐ	119
4.6.1. Khái niệm	119
4.6.2. Trình tự thiết kế	121

PHỤC LỤC 1	127
BẢNG SỐ LIỆU BÀI TẬP DÀI.....	128
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	136
MỤC LỤC	137